

1年

年 組 番 氏名

数と式 正の数と負の数



確認しよう！

☆正負の数の計算をするときのポイント

(1) 計算の順序……×, ÷を先に計算する。しかし, ()があるときには, ()の中から先に計算する。

(2) 基本的に, +(たす)は省略されており, +は, プラス(符号), -は, マイナス(符号)と考える。

たとえば,

$5+3 \times (-2)$ は, 5 と $+3 \times (-2)$ と考える。したがって, $5-6=-1$ となる。

つまり,

$$\begin{aligned} & \cdot \quad 5+3 \times (-2) \\ & = 5+3 \times (-2) \\ & = 5-6 \\ & = -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \cdot \quad -2+4 \times (-3) \\ & = -2+4 \times (-3) \\ & = -2-12 \\ & = -14 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \cdot \quad 9-2 \times (-3) \\ & = 9-2 \times (-3) \\ & = 9+6 \\ & = 15 \end{aligned}$$

(3) $(-O)^2$ は, $(-O) \times (-O) = O^2$ となる。 $-O^2$ は, $-(O \times O) = -O^2$ となる。

$$(-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$$

$$-3^2 = -(3 \times 3) = -9$$

☆絶対値を理解しよう！

$(-3)^2$ と -3^2 は, 違うからね！



(1) 絶対値とは, 数直線上で, ある数に対応する点の原点からの距離のこと。

したがって, 距離には, +, - は, ない。

たとえば,

① $+3$ の絶対値……数直線上の $+3$ から原点までの距離は, 3

答え. 3

② -7 の絶対値……数直線上の -7 から原点までの距離は, 7

答え. 7

③ 絶対値が5の数…数直線上で, 原点から距離が5になる点は, $+5$ と -5

答え. $+5$ と -5

練習問題

1 次の問に答えなさい。

(1) $3 \times (-5+2)$ を計算しなさい。

$$\begin{aligned} & = 3 \times (-3) \\ & = -9 \end{aligned}$$

(2) $13+2 \times (-7)$ を計算しなさい。

$$\begin{aligned} & = 13-14 \\ & = -1 \end{aligned}$$

(3) $(-8)^2$ を計算しなさい。

$$\begin{aligned} & = (-8) \times (-8) \\ & = 64 \end{aligned}$$

(4) 絶対値が5である数をすべて書きなさい。

A. 5, -5

(5) -9 の絶対値を書きなさい。

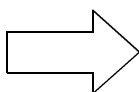
A. 9

(6) $\frac{3}{4} \div \frac{7}{8}$ を計算しなさい。

$$\begin{aligned} & = \frac{3}{4} \times \frac{8^2}{7} \\ & = \frac{6}{7} \end{aligned}$$



さあ, これで完璧です！



2 次の問に答えなさい。

(1) $4 \times (-6-2)$ を計算しなさい。

$$\begin{aligned} & = 4 \times (-8) \\ & = -32 \end{aligned}$$

(2) $-7+12 \div (-3)$ を計算しなさい。

$$\begin{aligned} & = -7-4 \\ & = -11 \end{aligned}$$

(3) -8^2 を計算しなさい。

$$\begin{aligned} & = -(8 \times 8) \\ & = -64 \end{aligned}$$

(4) 絶対値が8である数をすべて書きなさい。

A. 8, -8

(5) -13 の絶対値を書きなさい。

A. 13

(6) $\frac{5}{6} \div \frac{5}{8}$ を計算しなさい。

$$\begin{aligned} & = \frac{5^1}{6^3} \times \frac{8^4}{5^1} \\ & = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

過 去 の 問 題

(2) $5 \times (4 - 7)$ を計算しなさい。

$$\begin{aligned} &= 5 \times (-3) \\ &= -15 \end{aligned}$$

(2) $12 - 2 \times (-6)$ を計算しなさい。

$$\begin{aligned} &= 12 + 12 \\ &= 24 \end{aligned}$$

(3) $10 - 6 \div (-2)$ を計算しなさい。

$$\begin{aligned} &= 10 + 3 \\ &= 13 \end{aligned}$$

(1) $\frac{5}{9} \times \frac{2}{3}$ を計算しなさい。

$$= \frac{10}{27}$$

(3) $2 \times (-5^2)$ を計算しなさい。

$$\begin{aligned} &= 2 \times (-25) \\ &= -50 \end{aligned}$$

(2) 絶対値が6である数をすべて書きなさい。 (3) 絶対値が5である負の数を書きなさい。

A. 6 , -6

A. -5

(3) -7 の絶対値を書きなさい。

A. 7

1年

年 組 番 氏名

数と式 文字を用いた式



確認しよう！

☆いろいろな数量を文字で表すときのポイント

(1) 和: 足し算(加法)の結果 差: 引き算(減法)の結果 積: かけ算(乗法)の結果 商: 割り算(除法)の結果

(2) 割られる数を式で表す方法

$$\begin{array}{r} 4 \\ 3 \overline{)13} \\ \underline{12} \\ 1 \end{array}$$

13 ÷ 3 = 4 …… 1 13割る3は、商が4で、あまりが1

↓

これを式で表すと、割られる数 = 割る数 × 商 + あまり

$$13 = 3 \times 4 + 1$$

ある数を3で割ると、商が a であまりが1



$$\text{ある数} = 3 \times a + 1$$

ある数は、 $3a + 1$ と表すことができる。

(3) 平均点の表し方

(平均点を求めたい数値の合計) ÷ (数値の個数) たとえば、国語: 70点, 数学: x 点のときの、
2教科の平均点は、 $(70 + x) \div 2$ だから、 $\frac{70+x}{2}$ と表すことができる。

(4) 不等号の使い方

① $\bigcirc$ は、 Δ より大きい(高い, 重い) …… $\bigcirc > \Delta$ $\bigcirc$ は、 Δ より小さい(安い, 軽い) …… $\bigcirc < \Delta$

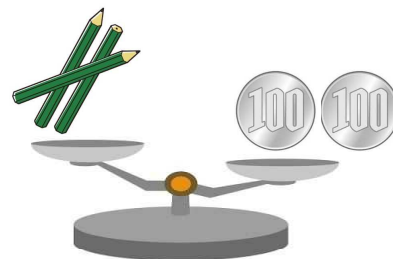
② $\bigcirc$ は、 Δ 以上 …… $\bigcirc \geq \Delta$ $\bigcirc$ は、 Δ 以下 …… $\bigcirc \leq \Delta$

たとえば、

(1本 x 円の鉛筆を3本買ったときの代金)は、(200円)より安い

(1本 x 円の鉛筆を3本買ったときの代金) < (200円)

$$3x < 200$$



練習問題

1 次の問に答えなさい。

(1) a の3倍と b の5倍の和を、 a と b を用いた式で表しなさい。

A. $3a + 5b$

(2) 国語の点数が x 点, 数学の点数が70点のときの国語と数学の平均点を、 x を用いた式で表しなさい。

A. $\frac{x+70}{2}$

(3) ある数を7で割ると商が a で、余りが2になります。ある数を a を用いた式で表しなさい。

A. $7a + 2$

(4) x gのボールペンの重さは、10gより軽い。このとき、数量の関係を不等号で表しなさい。

A. $x < 10$

(5) 1個 a 円のパンを5個と1個 b 円のドーナツを4個買うと代金は1000円以下となった。

この数量の関係を不等号で表しなさい。

A. $5a + 4b \leq 1000$

過 去 の 問 題

- (1) 5 mの重さが a g の針金があります。この針金の 1 m あたりの重さは何 g ですか。 a を用いた式で表しなさい。

A. $\frac{a}{5}$

- (1) ある数を 3 でわると、商が a で余りが 2 になります。ある数を、 a を用いた式で表しなさい。

A. $3a+2$

- (3) 青色のテープと黄色のテープがあります。青色のテープの長さは a m, 黄色のテープの長さは b m です。

A. $\frac{a}{b}$ 倍

青色のテープの長さが黄色のテープの長さの何倍であるかを、 a , b を用いた式で表しなさい。

- (1) 「プールの水の深さは 120 cm 以下である」という数量の関係を、プールの水の深さを x cm として不等式で表しなさい。

A. $x \leq 120$

- (4) 「1 個 a 円の品物を 2 個買ったときの代金は 1000 円より安い。」という数量の関係を表した式が、下のアからオまでの中にあります。正しいものを 1 つ選びなさい。

A. イ

ア	$2a \leq 1000$
イ	$2a < 1000$
ウ	$2a = 1000$
エ	$2a > 1000$
オ	$2a \geq 1000$

- (3) ある数 a について、不等式 $a > 5$ と表せることがらとして正しいものを、下のアからオまでの中から 1 つ選びなさい。

ア a は 5 以上である。

イ a は 5 以下である。

ウ a は 5 より大きい。

エ a は 5 より小さい。

オ a は 5 と等しい。

A. ウ

1年

年 組 番 氏名

数と式

方程式



確 認 し よ う !

☆ 方程式のポイント
(1) 方程式の解とは？

方程式を成り立たせる文字の値を、その方程式の解という。
また、方程式の解を求めることを、その方程式を解くという。

(2) 方程式の解き方
※等式の性質を基本とする。※書き方をマスターする
※てんびんを意識する。

<ポイント>

- ① 文字を左辺へ、数を右辺へ移項
- ② $\bigcirc x = \triangle$ とする

$$\bigcirc x = \triangle \text{ のとき} \qquad \frac{\triangle}{\bigcirc} x = \square \text{ のとき}$$

$$x = \frac{\triangle}{\bigcirc}$$

$$x = \square \times \frac{\bigcirc}{\triangle}$$

(両辺を $\bigcirc$ で割る)

(両辺に逆数をかける)

③ 少数, 分数は, 整数に

等式の性質

- ① $A=B$ ならば $A+C=B+C$
- ② $A=B$ ならば $A-C=B-C$
- ③ $A=B$ ならば $AC=BC$
- ④ $A=B$ ならば $\frac{A}{C}=\frac{B}{C} \quad (C \neq 0)$



$$18 = 2x$$

$$\square \quad 6x - 7 = 11$$

$$\begin{aligned} 6x &= 11 + 7 \\ 6x &= 18 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

左辺の -7 を右辺に移項する。
このとき、何を移項したかわかるように、移項した場所を空けておくとよい。

$$\square \quad 5x = -3x + 24$$

$$\begin{aligned} 5x + 3x &= \quad + 24 \\ 8x &= 24 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

右辺の $-3x$ を左辺に移項する。
このとき、何を移項したかわかるように、移項した場所を空けておくとよい。

$$\square \quad 2.1x = 0.5x - 3.2$$

$$\begin{aligned} 21x &= 5x - 32 \\ 21x - 5x &= -32 \\ 16x &= -32 \\ x &= -2 \end{aligned}$$

小数を整数にするために両辺を10倍する。

$$\square \quad \frac{1}{2}x - 5 = \frac{2}{3}x$$

$$\begin{aligned} 3x - 30 &= 4x \\ 3x - 4x &= 30 \\ -x &= 30 \\ x &= -30 \end{aligned}$$

分数の分母を払うために両辺を6倍する。

$$\square \quad x : 10 = 3 : 2$$

$$\begin{aligned} 2x &= 30 \\ x &= 15 \end{aligned}$$

$a:b=c:d$ は、 $ad=bc$ となることから、 $x \times 2 = 10 \times 3$

練 習 問 題

□ 次の方程式を解きなさい。

$$(1) \quad 6x + 19 = 1$$

$$\begin{aligned} 6x &= 1 - 19 \\ 6x &= -18 \\ x &= -3 \end{aligned}$$

$$(2) \quad 3x = -2x + 20$$

$$\begin{aligned} 2x + 3x &= 20 \\ 5x &= 20 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

$$(3) \quad 1.1x = 0.9x - 1.8$$

$$\begin{aligned} 11x &= 9x - 18 \\ -9x + 11x &= -18 \\ 2x &= -18 \\ x &= -9 \end{aligned}$$

$$(4) \quad \frac{2}{5}x - 1 = \frac{1}{3}x$$

$$\begin{aligned} 6x - 15 &= 5x \\ 6x - 5x &= 15 \\ x &= 15 \end{aligned}$$

$$(5) \quad 9 : 2 = x : 8$$

$$\begin{aligned} 2x &= 72 \\ x &= 36 \end{aligned}$$

$$(6) \quad -2x - 5 = 13$$

$$\begin{aligned} -2x &= 13 + 5 \\ -2x &= 18 \\ x &= -9 \end{aligned}$$

$$(7) \quad -3x = x - 16$$

$$\begin{aligned} -x - 3x &= -16 \\ -4x &= -16 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

$$(8) \quad 0.3x + 0.54 = 0.12x$$

$$\begin{aligned} 30x + 54 &= 12x \\ 30x - 12x &= -54 \\ 18x &= -54 \\ x &= -3 \end{aligned}$$

$$(9) \quad \frac{x-1}{2} = \frac{2x-1}{3}$$

$$\begin{aligned} 3(x-1) &= 2(2x-1) \\ 3x - 3 &= 4x - 2 \\ 3x - 4x &= -2 + 3 \\ -x &= 1 \\ x &= -1 \end{aligned}$$

$$(10) \quad 3 : 8 = 2 : 5x$$

$$\begin{aligned} 15x &= 16 \\ x &= \frac{16}{15} \end{aligned}$$

過 去 の 問 題

(1) 一次方程式 $3x + 7 = 9$ を解きなさい。

$$\begin{aligned} 3x &= 9 - 7 \\ 3x &= 2 \\ x &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

(1) 一次方程式 $4x = 7x + 15$ を解きなさい。

$$\begin{aligned} 4x - 7x &= 15 \\ -3x &= 15 \\ x &= -5 \end{aligned}$$

(1) 一次方程式 $x + 12 = -2x$ を解きなさい。

$$\begin{aligned} x + 2x &= -12 \\ 3x &= -12 \\ x &= -4 \end{aligned}$$

(2) 一次方程式 $\overset{\times 10}{1.2}x - \overset{\times 10}{6} = \overset{\times 10}{0.5}x + \overset{\times 10}{1}$ を解きなさい。

$$\begin{aligned} 12x - 60 &= 5x + 10 \\ 12x - 5x &= 10 + 60 \\ 7x &= 70 \\ x &= 10 \end{aligned}$$

(2) 一次方程式 $\overset{\times 3}{\frac{x-1}{3}} = \overset{\times 3}{2}$ を解きなさい。

$$\begin{aligned} x - 1 &= 6 \\ x &= 6 + 1 \\ x &= 7 \end{aligned}$$

分母をなくすため、両辺を3倍する。
ただし、分子が多項式のときには、
 $\frac{3 \times (x-1)}{3} = 2 \times 3$ と考える。

(1) 比例式 $6 : 8 = x : 12$ が成り立つとき、 x の値を求めなさい。

$$\begin{aligned} 8x &= 72 \\ x &= 9 \end{aligned}$$

(2) 比例式 $x : 20 = 3 : 4$ が成り立つとき、 x の値を求めなさい。

$$\begin{aligned} 4x &= 60 \\ x &= 15 \end{aligned}$$

1年

年 組 番 氏名

関数

関数関係の意味



確 認 し よ う !

☆ 関数関係となるためのポイント

(1) y は x の関数であるとは……

2つの変数 x, y があって、 x の値を決めると、それに対応する y の値がただ1つ決まるとき、 y は x の関数である という。

だから、 x 年後のAくんの身長を y cmとしたとき、 y は、ただ1つ決まらないので、 y は x の関数ではないよ！

☆ 比例・反比例とは……

y が x の関数で、

$$y = ax \quad (aは0でない定数)$$

という式で表されるとき、 y は x に比例するという。
このとき、 a を比例定数という。

y が x の関数で、

$$y = \frac{a}{x} \quad (aは0でない定数)$$

という式で表されるとき、 y は x に反比例するという。
このとき、 a を比例定数という。

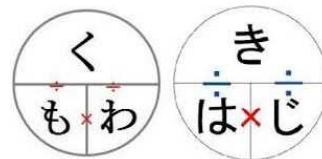


(1) 式で表すときのコツ！

① ○○の代金は、…… ○○の面積は、…… ○○の道のりは、……など
「～は」は、「＝」で表せる。

- ◇ 「き・は・じ」は、覚えよう！ 「距離＝速さ×時間」
- ◇ 「く・も・わ」は、覚えよう！ 「比べられる量＝もとになる量×割合」
- ◇ 「塩の水」は、覚えよう！ 「食塩の重さ＝濃度×食塩水の重さ」

これらは、簡単な図で覚えることができる！



② 和……足し算の結果、 差……引き算の結果、 積……かけ算の結果、 商……割り算の結果

練 習 問 題

1 次のアからエについて、 y を x の式で表しなさい。また、比例には○を、反比例には△を、そうでないものには、×をつけなさい。

(○) ア 1本 x 円の鉛筆8本の代金は、 y 円である。 $y = 8x$

(×) イ 1辺 x cmの正方形の面積は、 y cm²である。 $y = x^2$

(△) ウ 120脚の椅子を1列に x 脚ずつ並べると y 列になる。 $y = \frac{120}{x}$

(○) エ 時速 x kmで2時間走ったときの道のりは、 y kmである。 $y = 2x$

2 比例 $y = 4x$ の x の値とそれに対応する y の値について、次のアからエまでのの中から正しいものを1つ選びなさい。

ア x の値と y の値の和は、いつも4である。

イ x の値と y の値の積は、いつも4である。

ウ x の値を y の値で割った商は、いつも4である。

エ y の値を x の値で割った商は、いつも4である。

関数 $y = ax$ では、下のことは言えるんだよ！

- ① x の値が、2倍、3倍、…になると、 y の値も2倍、3倍、…になる。
- ② 対応する x と y の値の商 $\frac{y}{x}$ の値は a になる。

3 反比例 $y = \frac{6}{x}$ の x の値とそれに対応する y の値について、次のアからエまでのの中から正しいものを1つ選びなさい。

ア x の値と y の値の和は、いつも6である。

イ x の値から y の値を引いた差は、いつも6である。

ウ x の値と y の値の積は、いつも6である。

エ x の値を y の値で割った商は、いつも6である。

関数 $y = \frac{a}{x}$ では、下のことは言えるんだよ！

- ① x の値が、2倍、3倍、…になると、 y の値も $\frac{1}{2}$ 倍、 $\frac{1}{3}$ 倍、…になる。
- ② 対応する x と y の値の積 xy の値は a になる。



(1) 比例 $y = 5x$ の x の値とそれに対応する y の値の関係について、
下のアからエまでのの中から正しいものを1つ選びなさい。

ア x の値と y の値の和は、いつも5である。

イ y の値から x の値をひいた差は、いつも5である。

ウ x の値と y の値の積は、いつも5である。

エ x の値が0でないとき、 y の値を x の値でわった商は、いつも5である。

9 縦と横の長さの和が20 cm の長方形について、「縦の長さを決めると、それによっても面積がただ1つ決まる」という関係があります。
下線部を、次のように表すとき、 ① と ② に当てはまる言葉を書きなさい。

① は ② の関数である。

A. ①:面積 ②:縦の長さ

9 下のアからエまでの中に、 y が x の 関数でないものがあります。
それを1つ選びなさい。

ア 1枚10円のコピーを x 枚とったときの料金は y 円である。

イ 縦の長さが x cm, 横の長さが y cm の長方形の面積は 24 cm^2 である。

ウ 15 L の水を x L 使ったときの残りの水の量は y L である。

エ x 歳の人の身長は y cm である。

1年

年 組 番 氏名

関数 比例の表, 式, グラフ



確 認 し よ う !

☆ 比例のポイント

(1)

関数 $y = ax$ では,

① x の値が, 2倍, 3倍, ... になると, y の値も2倍, 3倍, ... になる。

② 対応する x と y の値の商 $\frac{y}{x}$ の値は a になる。

(2) 比例は, $y = ax$ という式になる。

<グラフの特徴>

・原点 $O(0, 0)$ を通る

・ a は, 比例定数といい, これは, グラフが右にいくつ進めば, 上(下)にいくつ進むのかを表す数字。

・ $a > 0$ なら, 右上がり(右に進むと上に上がる)

・ $a < 0$ なら, 右下がり(右に進むと下に下がる)

※ a は, 分数で考えると分かりやすい。

(例1) $y = 2x \rightarrow y = \frac{2}{1}x$ と考え, 右に1進むと上に2上がる。

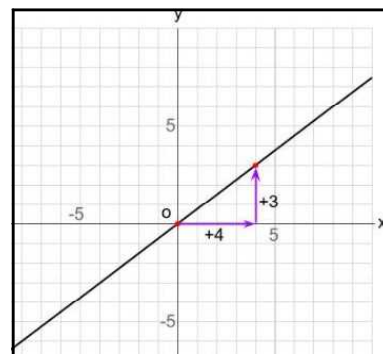
(例2) $y = -3x \rightarrow y = -\frac{3}{1}x$ と考え, 右に1進むと下に3下がる。

※ グラフから, 式を考えるとときは, 右にいくつ進んで, 上(下)にいくつ進むということから, 求めることができる。

☆ たとえば, 右のグラフは,

右に4進んで, 上に3進んでいるから

$y = ax$ で, $a = \frac{3 \text{ 上がる}}{4 \text{ 進んで}}$ ことから, $y = \frac{3}{4}x$ となる。



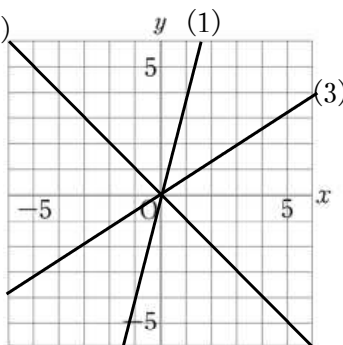
練 習 問 題

1 次の関数のグラフを書きなさい。(2)

(1) $y = 4x$

(2) $y = -x$

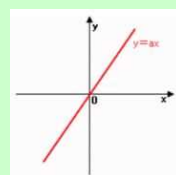
(3) $y = \frac{2}{3}x$



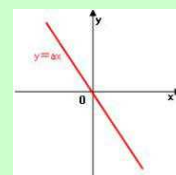
関数 $y = ax$ のグラフは, 原点を通る直線である。

① $a > 0$

② $a < 0$



$a > 0$ のグラフは,
右上がりのグラフ
と言うんだよ!

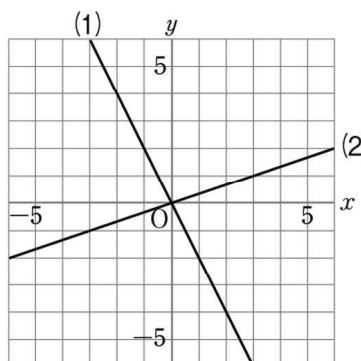


$a < 0$ のグラフは,
右下がりのグラフ
と言うんだよ!

2 右の比例のグラフ(1), (2)について,
 y を x の式で表しなさい。

(1) $y = -2x$

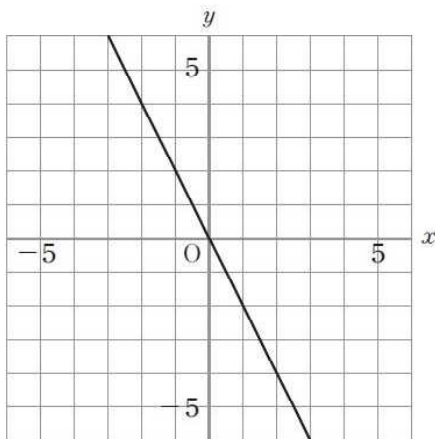
(2) $y = \frac{1}{3}x$



過 去 の 問 題

(1) 比例 $y = 4x$ について、 x の値が3のときの y の値を求めなさい。 $y = 4 \times 3 = 12$

(2) 下の図の直線は、比例のグラフを表しています。このグラフについて、 y を x の式で表しなさい。



$$y = \frac{-2}{1}x \text{ だから}$$

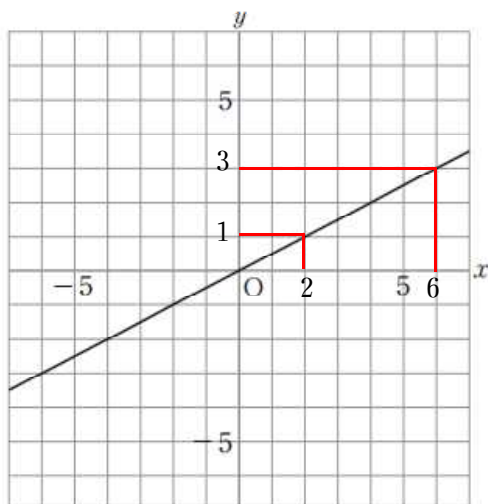
$$y = -2x$$

(1) 下の表は、 y が x に比例する関係を表しています。表の に当てはまる数を求めなさい。

x	...	-2	-1	0	1	2	...	5	...
y	...	6	3	0	-3	-6	...		...

A. 比例なので、 x が5倍になると y も5倍だから、 $-3 \times 5 = -15$

(3) 次の図の直線は、比例のグラフを表しています。



A. 比例の式は、 $y = \frac{1}{2}x$
 x の変域 (x の動く範囲) が、 $2 \leq x \leq 6$ なので、
 $x = 2$ のとき、 $y = \frac{1}{2} \times 2 = 1$
 $x = 6$ のとき、 $y = \frac{1}{2} \times 6 = 3$
したがって、
 y の変域 (y の動く範囲) は、 $1 \leq y \leq 3$ となる。

x の変域が $2 \leq x \leq 6$ のとき、 y の変域はどのようになりますか。
下のそれぞれの に当てはまる数を求めなさい。

$$\text{ } \leq y \leq \text{ }$$

1年

年 組 番 氏名

関数

反比例の表, 式, グラフ



確 認 し よ う !

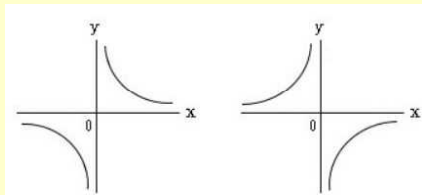
☆反比例のポイント

- (1) 関数 $y = \frac{a}{x}$ では,
- ① x の値が, 2倍, 3倍, ... になると, y の値も $\frac{1}{2}$ 倍, $\frac{1}{3}$ 倍, ... になる。
 - ② 対応する x と y の値の積 xy の値は a になる。

- (2) 関数 $y = \frac{a}{x}$ のグラフは, 原点について対象な双曲線である。

① $a > 0$

② $a < 0$



関数 $y = \frac{a}{x}$ のグラフは,
なめらかな2つの曲線になる。
このような曲線を双曲線と言います。

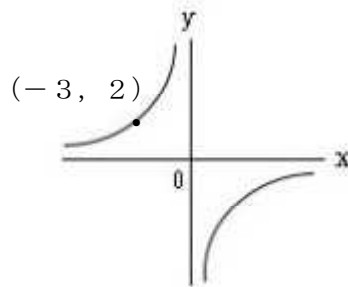
$a > 0$ のときと, $a < 0$ のときの
グラフの形を覚えようね!!



- (3) グラフから, 式を求めるには, $xy = a$ を利用するとよい。
(反比例は, x と y の積 a が一定)
たとえば,

点 $(-3, 2)$ を通る反比例の式は,

$$\begin{aligned} xy &= -3 \times 2 = -6 \\ xy &= -6 \text{ だから,} \\ y &= -\frac{6}{x} \text{ となる。} \end{aligned}$$



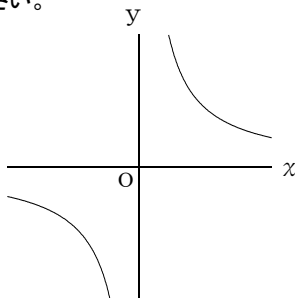
練 習 問 題

- 1 右の表は, y が x に反比例する関係を表した
ものです。このとき, y を x の式で表しなさい。

x	...	-4	-3	-2	...
y	...	-3	-4	-6	...

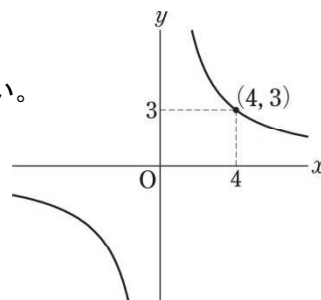
$$y = \frac{12}{x}$$

- 2 次の図の曲線は, 反比例のグラフを表しています。
このグラフについて, x と y の関係を示した表
が, 右のア~エまでの中にあります。
それを1つ選びなさい。



- 3 下の図は, 反比例のグラフで,
点 $(4, 3)$ を通ります。
このとき, y を x の式で表しなさい。

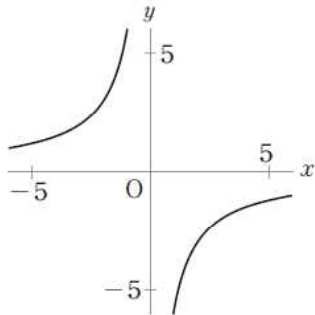
$$\begin{aligned} xy &= 4 \times 3 \\ xy &= 12 \\ y &= \frac{12}{x} \end{aligned}$$



ア	x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
	y	...	-2	-4	-6	-8	$\times$	8	6	4	2	...
イ	x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
	y	...	-2	$-\frac{8}{3}$	-4	-8	$\times$	8	4	$\frac{8}{3}$	2	...
ウ	x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
	y	...	2	4	6	8	$\times$	-8	-6	-4	-2	...
エ	x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
	y	...	8	$\frac{8}{3}$	4	2	$\times$	-8	-4	$-\frac{8}{3}$	-2	...

過去の問題

(3) 次の図の曲線は、反比例のグラフを表しています。このグラフについて、 x と y の関係を示した表が、下のアからエまでの中にあります。それを1つ選びなさい。



ア

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	-2	-3	-6	☒	6	3	2	...

イ

x	...	3	2	1	0	1	2	3	...
y	...	-2	-4	-6	☒	6	4	2	...

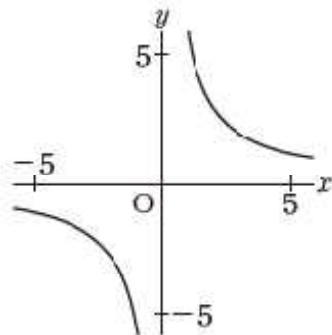
ウ

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	2	3	6	☒	-6	-3	-2	...

エ

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	2	4	6	☒	-6	-4	-2	...

(4) 次の図の曲線は、反比例のグラフを表しています。このグラフについて、 x と y の関係を示した表が、下のアからエまでの中にあります。正しいものを1つ選びなさい。



ア

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	-2	-3	-6	☒	6	3	2	...

イ

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	-2	-4	-6	☒	6	4	2	...

ウ

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	-1.5	-3	-6	☒	6	3	1.5	...

エ

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	2	3	6	☒	-6	-3	-2	...

(3) 下の表は、 y が x に反比例する関係を表したものです。この反比例の比例定数を求めなさい。

x	...	2	3	4	...
y	...	18	12	9	...

$$xy = 2 \times 18 \quad \text{反比例は、} x \text{と} y \text{の積が一定}$$

$$xy = 36$$

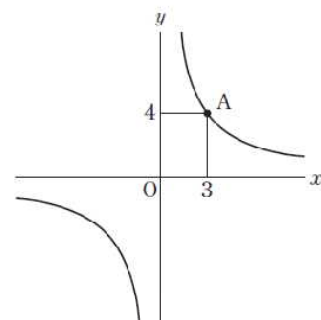
$$y = \frac{36}{x} \quad \text{したがって、A. 比例定数は 36}$$

(4) 下の図は、反比例のグラフで、点A(3, 4)を通ります。このとき、 y を x の式で表しなさい。

$$xy = 3 \times 4$$

$$xy = 12$$

$$y = \frac{12}{x}$$



1 年

年 組 番 氏名

資料の活用 度数の分布と代表値



確 認 し よ う !

☆ 度数の分布、代表値のポイント

<用語の確認をしよう！>

- 範囲 ……資料の中の最大値から最小値をひいた値
- 度数 ……それぞれの階級の値
- 度数分布表 ……階級ごとの度数を表した表
- ヒストグラム ……度数の分布を隙間なく表したグラフ
(階級の幅を底辺、度数を高さにした長方形のグラフ)
- 相対度数 ……(その階級の度数) ÷ (度数の合計)
(相対度数は、その階級の度数の全体に対する割合を表すので、小数で表す)
- 代表値 ……資料の特徴を表す代表の値
- 階級値 ……階級の中央の値
- 平均値 ……(平均値) = $\frac{(\text{階級値}) \times (\text{度数}) \text{の合計}}{(\text{度数の合計})}$
- 中央値(メジアン) ……資料の小さい方から数えて中央にある値
- 最頻値(モード) ……資料の中で最も出てくる値

<例題>

- (1) 41回以上45回未満の階級の階級値は？
式 $(41+45) \div 2 = 43$ A. 43
- (2) 49回以上53回未満の階級の相対度数は？
式 $3 \div 15 = 0.2$ A. 0.2
- (3) この15人の反復横跳びの結果について、
- ① 中央値は？
15人は、奇数なので、小さい方から数えて、8番目 A. 52回
 - ② 最頻値は？
一番たくさん出ている値は、58回 A. 58回
 - ③ 平均値は？(記録から求めると…)
平均値 = $\frac{(37+38+39+42+44+50+52+53 \times 2+57+58 \times 3+62)}{15}$
= 46.7333…
- A. 平均値は、約 46.7 回 となる。ここまでできれば、基本バッチリ！

これらの用語を覚えれば、
バッチリです！特に、平均値、中央値、
最頻値は大切です！

14 次の記録は、ある中学校の生徒15人が反復横跳びを20秒間行ったときの結果を、回数の少ない方から順に並べたものです。これを下の度数分布表に整理します。

記録

回数 (回)
37
38
39
42
44
49
50
52
53
53
57
58
58
58
62

度数分布表

階級(回)	度数(人)
以上 未満	
37 ~ 41	
41 ~ 45	
45 ~ 49	
49 ~ 53	
53 ~ 57	
57 ~ 61	ア
61 ~ 65	
合計	15

これを例に見てみると
(全国学テ過去問)

・度数分布表の□に当てはまる度数から求めてみると、上から、3人、2人、0人、3人、2人、アの階級は4人、最後が、1人の合計15人。
これをもとに、左の例題を考えてみよう。



練 習 問 題

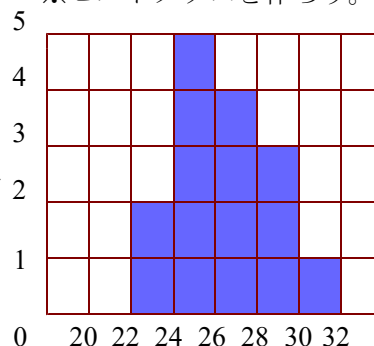
1 下の資料について、次の問に答えなさい。

30	27	25	26	28	29	25
26	22	22	25	26	28	25
25						

※右の資料から、下の度数
分布表を完成させよう。

階 級	度 数
以上 未満	
20 ~ 22	0
22 ~ 24	2
24 ~ 26	5
26 ~ 28	4
28 ~ 30	3
30 ~ 32	1
計	15

※ヒストグラムを作ろう。



- (1) この資料の範囲を求めなさい。
式 $30-22=8$ A. 8
- (2) 平均値を求めなさい。
上の数値から求めると、
式 $\frac{22 \times 2 + 25 \times 4 + 26 \times 3 + 27 + 28 \times 2 + 29 + 30}{15}$
= 24.266666… A. 約24.3
- (3) 中央値を求めなさい。
A. 小さい方から数えて8番目が答えだから、26
- (4) 最頻値を求めなさい。
A. 一番出現している値は、25 だから、25
- (5) 3つの代表値から、この資料を考察しなさい。
A. (例) この資料は、3つの代表値がほぼ同じであることから、25あたりが平均になっている。
- (6) 階級が、28以上30未満の相対度数を求めなさい。
式 $3 \div 15 = 0.2$ A. 0.2

※ちなみに、「確認しよう！」の反復横跳びの資料は、3つの代表値が離れていることから、分析はその人によります。たとえば、このクラスは、49回以上飛んだ人がクラス全体の約67%、 $(10 \div 15)$ いるので、運動能力が高いなどと考えることもできます。

14 次の(1)，(2)の各問いに答えなさい。

(1) 次の記録は、ある中学校の生徒7人が反復横とびを20秒間行ったときの結果を、回数の少ない方から順に並べたものです。

記録

40 46 47 48 53 53 56

(単位：回)

式 (範囲)=(最大値)-(最小値)
56-40=16

反復横とびの記録の範囲を求めなさい。

A. 16

(2) ある市の平成28年6月1日から30日までについて、日ごとの最高気温の記録を調べました。下の度数分布表は、その結果をまとめたものです。

日ごとの最高気温

階級(℃)	度数(日)
以上 未満 22～24	3
24～26	8
26～28	7
28～30	6
30～32	5
32～34	1
合計	30

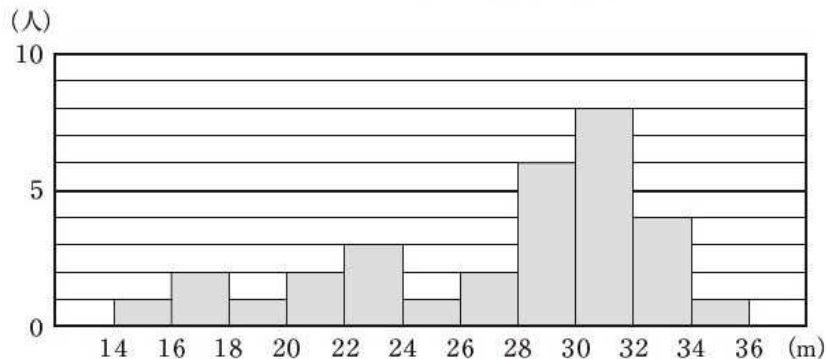
式 $3 \div 30 = 0.1$

A. 0.1

22℃以上24℃未満の階級の相対度数を求めなさい。

(2) 下のヒストグラムは、ある中学校の男子31人のハンドボール投げの記録をまとめたものです。このヒストグラムから、例えば、記録が14m以上16m未満の人は1人いたことがわかります。

ハンドボール投げの記録の分布



中央値が含まれる階級を、下のアからエまでの中から1つ選びなさい。

<考え方>

31人の中央値なので、小さい方から数えて、16番目が中央値となります。

すると、左のグラフから、読み取ると、28m以上30m未満の階級に、16番目の人がいることが分かります。

したがって、答えは、ウとなります。

ア 24m以上26m未満

イ 26m以上28m未満

ウ 28m以上30m未満

エ 30m以上32m未満

2年

年 組 番 氏名

数と式 等式の変形



確 認 し よ う !

☆ 等式の変形のポイント

- 等式の変形は、目的に応じて、等式を変形すること
たとえば、

$2x + y = 5$ という等式があるとき、 $x = 3$ のときの y の値を求めるとき、
 $y = 5 - 2x$ ……① と等式を変形し、①に $x = 3$ を代入すると計算が便利!!
 $y = 5 - 2 \times 3$
 $y = 5 - 6$
 $y = -1$ となる。このように、 $2x + y = 5$ を
 $y = 5 - 2x$ と変形することを y について解くという。

☆ 文字について解くためのコツ!

- 解きたい文字は、左辺へ
- 解きたい文字から離れているもの(+、-)を移項
- 解きたい文字にくっついているもの(×、÷)をなくす
- かっこは、できるだけ外さない

方程式のように解こう!



たとえば、[]の中の文字について解くとき、

$$y = 12 - 2x \quad [x]$$

$$2x = 12 - y \quad \dots (1)$$

$$x = \frac{12 - y}{2} \quad \dots (3)$$

$$2(x + y) = 30 \quad [y]$$

$$x + y = \frac{30}{2} \quad \dots (4) \text{ と } (3)$$

$$y = 15 - x \quad \dots (2)$$

$$S = \frac{\pi r^2 x}{360} \quad [x]$$

$$\frac{\pi r^2 x}{360} = S \quad \dots (1)$$

$$\pi r^2 x = 360S \quad \dots (3)$$

$$x = \frac{360S}{\pi r^2} \quad \dots (3)$$

練 習 問 題

1 ()内の文字について解きなさい。

(1) $x + y = 5 \quad (y)$
 $y = 5 - x$

(2) $2x + 3y = 7 \quad (x)$
 $2x = 7 - 3y$
 $x = \frac{7 - 3y}{2}$

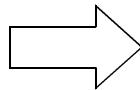
(3) $2(a + b) = \ell \quad (a)$
 $a + b = \frac{\ell}{2}$
 $a = \frac{\ell}{2} - b$

(4) $xy = 10 \quad (y)$
 $y = \frac{10}{x}$

(5) $5ab = V \quad (b)$
 $b = \frac{V}{5a}$



さあ、これで完璧だ!



2 ()内の文字について解きなさい。

(1) $a + 2b = 3 \quad (a)$

(2) $3x - 2y = 6 \quad (y)$
 $-2y = 6 - 3x$
 $y = \frac{6 - 3x}{-2}$
 $y = \frac{-6 + 3x}{2}$

(3) $2(a + 3b) = \ell \quad (a)$
 $a + 3b = \frac{\ell}{2}$
 $a = \frac{\ell}{2} - 3b$

(4) $V = \pi r^2 h \quad (h)$
 $\pi r^2 h = V$
 $h = \frac{V}{\pi r^2}$

(5) $\frac{2a + b}{5} = y \quad (b)$
 $2a + b = 5y$
 $b = 5y - 2a$

過 去 の 問 題

(3) 等式 $2x - y = 5$ を y について解きなさい。

$$\begin{aligned} -y &= 5 - 2x \\ y &= -5 + 2x \end{aligned}$$

(4) 等式 $x + 4y = 1$ を y について解きなさい。

$$\begin{aligned} 4y &= 1 - x \\ y &= \frac{1 - x}{4} \end{aligned}$$

(4) 底辺の長さ a cm, 高さ h cm の平行四辺形の面積 S cm² は, 次のように表されます。

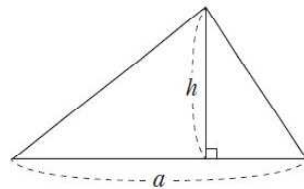
$$S = ah$$

この式を, h について解きなさい。

$$\begin{aligned} ah &= S \\ h &= \frac{S}{a} \end{aligned}$$

(4) 右の図で, 底辺の長さ a , 高さ h の三角形の面積 S は, 次のように表されます。

$$S = \frac{1}{2} ah$$



底辺の長さを求めるために, この式を, a について解きなさい。

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} ah &= S \\ ah &= 2S \\ a &= \frac{2S}{h} \end{aligned}$$

数と式 連立方程式



確 認 し よ う !

☆ 連立方程式のポイント

(1) 連立方程式の解とは？

方程式①と②の両方とも成り立たせる x, y の値の組を求めるとき、これらの方程式を組にして、次のように表す。

$$\begin{cases} 3x + 2y = 15 & \cdots \textcircled{1} \\ x + y = 7 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

このように、方程式を組にしたものを連立方程式という。また、これらの方程式を両方とも成り立たせる文字の値の組をその連立方程式の解といい、解を求めることを、その連立方程式を解くという。



< 思いだそう!! >

方程式…まだわかっていない数を表す文字を含む等式

方程式の解
…方程式を成り立たせる文字の値

(2) 連立方程式の解き方

※基本的には、2つの文字のどちらかを消去し、1年生のときに習った方程式にすると解くことができる。その代表的な方法が、加減法と代入法である。

① 加減法

次の連立方程式解きなさい。

$$\begin{cases} 2x + 5y = 11 & \cdots \textcircled{1} \\ -2x + y = 7 & \cdots \textcircled{2} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{<解>} \\ \textcircled{1} + \textcircled{2} \text{を計算する。} \\ 2x + 5y = 11 \\ + \quad -2x + y = 7 \\ \hline 6y = 18 \\ y = 3 \end{array}$$

ポイントは、①、②の式を操作して、どちらかの文字をなくす!!



$$\begin{array}{l} y = 3 \text{を}\textcircled{2}\text{に代入すると、} \\ -2x + 3 = 7 \\ -2x = 7 - 3 \\ -2x = 4 \\ x = -2 \end{array}$$

よって、 $x = -2, y = 3$ となる。

② 代入法

次の連立方程式解きなさい。

$$\begin{cases} x = y + 5 & \cdots \textcircled{1} \\ 2x + y = 7 & \cdots \textcircled{2} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{<解>} \\ \textcircled{2}\text{に}\textcircled{1}\text{を代入する。} \\ 2(y + 5) + y = 7 \\ 2y + 10 + y = 7 \\ 2y + y = 7 - 10 \\ 3y = -3 \\ y = -1 \end{array}$$

ポイントは、②の x のところに、 $x = y + 5$ を代入する!
↓
 $2(\quad) + y = 7$

$$\begin{array}{l} y = -1 \text{を}\textcircled{1}\text{に代入する。} \\ x = -1 + 5 \\ x = 4 \end{array}$$

よって、 $x = 4, y = -1$ となる。



練 習 問 題

□ 次の連立方程式を解きなさい。

$$(1) \begin{cases} x + 3y = 1 & \textcircled{1} \\ -x + 2y = 4 & \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} x + 3y = 1 \\ + \quad -x + 2y = 4 \\ \hline 5y = 5 \\ y = 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} y = 1 \text{を}\textcircled{1}\text{に代入する。} \\ x + 3 \times 1 = 1 \\ x + 3 = 1 \\ x = 1 - 3 \\ x = -2 \end{array}$$

よって、 $x = -2, y = 1$

$$(2) \begin{cases} x + 2y = 2 & \textcircled{1} \\ 2x + 3y = -1 & \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 2x + 4y = 4 \\ - \quad 2x + 3y = -1 \\ \hline y = 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} y = 5 \text{を}\textcircled{1}\text{に代入する。} \\ x + 2 \times 5 = 2 \\ x + 10 = 2 \\ x = 2 - 10 \\ x = -8 \end{array}$$

よって、 $x = -8, y = 5$

$$(3) \begin{cases} x = -2y & \textcircled{1} \\ 3x + y = 10 & \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 3 \times (-2y) + y = 10 \\ -6y + y = 10 \\ -5y = 10 \\ y = -2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} y = -2 \text{を}\textcircled{1}\text{に代入する。} \\ x = -2 \times (-2) \\ x = 4 \end{array}$$

よって、 $x = 4, y = -2$

$$(4) \begin{cases} 3x + 2y = 9 & \textcircled{1} \\ y = 4x - 1 & \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 3x + 2 \times (4x - 1) = 9 \\ 3x + 8x - 2 = 9 \\ 3x + 8x = 9 + 2 \\ 11x = 11 \\ x = 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x = 1 \text{を}\textcircled{2}\text{に代入する。} \\ y = 4 \times 1 - 1 \\ y = 4 - 1 \\ y = 3 \end{array}$$

よって、 $x = 1, y = 3$

(2) 連立方程式 $\begin{cases} a+b=8 & \text{①} \\ 2a+b=11 & \text{②} \end{cases}$ を解きなさい。

$$\begin{array}{r} a+b=8 \\ - \quad 2a+b=11 \\ \hline -a=-3 \\ a=3 \end{array}$$

$a=3$ を①に代入すると

$$\begin{array}{r} 3+b=8 \\ b=8-3 \\ b=5 \end{array}$$

よって, $a=3$, $b=5$

(3) 連立方程式 $\begin{cases} 5x-2y=10 & \text{①} \\ 3x-2y=2 & \text{②} \end{cases}$ を解きなさい。

$$\begin{array}{r} 5x-2y=10 \\ - \quad 3x-2y=2 \\ \hline 2x=8 \\ x=4 \end{array}$$

$x=4$ を②に代入すると

$$\begin{array}{r} 3 \times 4 - 2y = 2 \\ 12 - 2y = 2 \\ -2y = 2 - 12 \\ -2y = -10 \\ y = 5 \end{array}$$

よって, $x=4$, $y=5$

(4) 連立方程式 $\begin{cases} 4x+2y=5 & \text{①} \\ x+y=2 & \text{②} \end{cases}$ を解きなさい。

$$\begin{array}{r} 4x+2y=5 \\ - \quad 2x+2y=4 \\ \hline 2x=1 \\ x=\frac{1}{2} \end{array}$$

$x=\frac{1}{2}$ を②に代入すると

$$\begin{array}{r} \frac{1}{2} + y = 2 \\ y = 2 - \frac{1}{2} \\ y = \frac{4}{2} - \frac{1}{2} \\ y = \frac{3}{2} \end{array}$$

よって, $x=\frac{1}{2}$, $y=\frac{3}{2}$

(4) 連立方程式 $\begin{cases} y=3x-2 & \text{①} \\ y=2x+3 & \text{②} \end{cases}$ を解きなさい。

$$\begin{array}{r} 2x+3 = 3x-2 \\ 2x-3x = -2-3 \\ -x = -5 \\ x = 5 \end{array}$$

$x=5$ を①に代入すると

$$\begin{array}{r} y = 3 \times 5 - 2 \\ y = 15 - 2 \\ y = 13 \end{array}$$

よって, $x=5$, $y=13$

2年

年 組 番 氏名

図形 多角形の内角と外角

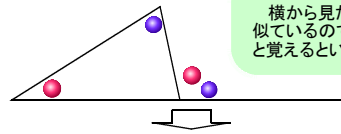


確 認 し よ う !

☆ 多角形の内角と外角のポイント

(1) 三角形の内角の和と外角

- ・三角形の内角の和は 180°
(平行線の性質を利用する 別プリ参照)
すると、右の図のようになり、三角形の外角について、
- ・三角形の外角は、それと隣り合わない2つの内角の和に等しい。



横から見たスリッパの形に似ているので、「スリッパのきまり」と覚えるといいよ！



そうすると、こんな問題が簡単に解けるよ！

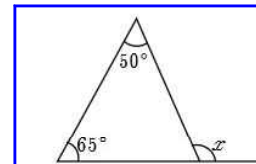


(2) 多角形の内角と外角

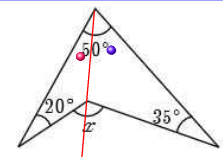
- ・ n 角形の内角の和は、 $180^\circ \times (n-2)$ です。
※ n 角形の中に三角形が $(n-2)$ 個 できるからだよ！
- ・ n 角形の外角の和は、 360° です。
※ n 角形の n 個の頂点には、 n 個の 180° ができている。
そこから、 n 角形の内角の和 $\cdots 180^\circ \times (n-2)$ を引くと $\cdots$

$$\begin{aligned} & 180 \times n - \{ 180 \times (n-2) \} \\ &= 180n - 180n + 360 \\ &= 360 \end{aligned}$$

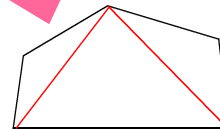
となり、 n 角形の外角の和は、 360° となる。



スリッパを使うと $50^\circ + 65^\circ = 115^\circ$ と簡単に求めることができる！

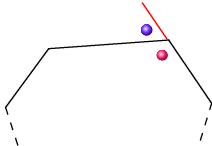


赤の補助線を引くと、左と右にスリッパができて、これを利用する。
 $(50^\circ + 20^\circ) + (20^\circ + 35^\circ) = x$
だから、結局中の3つの角をたせばよいのです。
 $x = 20^\circ + 50^\circ + 35^\circ = 105^\circ$



このように、五角形の中には、三角形が3個: $(5-2)$ 個できているよ！

だから、例えば、十二角形の内角の和は、中に三角形が10個 $(12-2=10)$ できているから、 $180^\circ \times 10 = 1800^\circ$ となるんだ！



このように、一つの頂点に内角と外角を合わせた 180° が、 n 角形には n 個できていますよ！



練 習 問 題

次の問に答えなさい。

(1) 十角形の内角の和は何度？

式 $180 \times (10-2) = 1440$ A. 1440°

(2) 正八角形の一つの内角は何度？

式 $180 \times (8-2) = 1080$
 $1080 \div 8 = 135$ A. 135°

(3) 内角の和が 720° になるのは、何角形？

式 $180 \times (n-2) = 720$
 $180n - 360 = 720$
 $180n = 1080$
 $n = 6$ A. 六角形

(4) 正十二角形の一つの外角は何度？

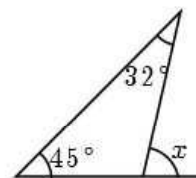
式 $360 \div 12 = 30$ A. 30°

(5) 一つの外角が 6° の正多角形は何角形？

式 $360 \div 6 = 60$ A. 正六十角形

次の $\angle x$ の大きさを求めなさい。

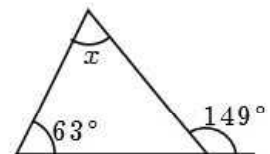
(1)



(1) $x = 32 + 45 = 77$

A. 77°

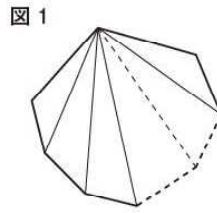
(2)



(2) $x + 63 = 149$
 $x = 149 - 63 = 86$

A. 86°

- (3) 図1のように、 n 角形を1つの頂点からひいた対角線によって、いくつかの三角形に分けて考えると、 n 角形の内角の和は、 $180^\circ \times (n-2)$ で表すことができます。



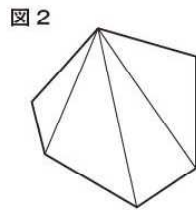
例えば、六角形の場合、図2のようにして内角の和を求めることができます。

$$180^\circ \times (6-2) = 180^\circ \times 4 = 720^\circ$$

n 角形の内角の和を表す式

$$180^\circ \times (n-2)$$

の $(n-2)$ は、 n 角形において何を表していますか。下のアからオまでの中から正しいものを1つ選びなさい。



- ア 頂点の数
イ 辺の数
ウ 内角の数
エ 1つの頂点からひいた対角線の数
オ 1つの頂点からひいた対角線によって分けられた三角形の数

A. オ

- (2) 図1のように四角形の外側に点Pをとり、図2の五角形をつくと、頂点Pにおける内角は 80° になりました。

図1

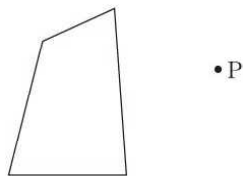


図2

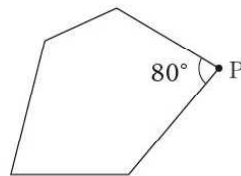


図2の五角形の内角の和は、図1の四角形の内角の和と比べてどうなりますか。下のアからオまでの中から正しいものを1つ選びなさい。

- ア 図2の五角形の内角の和は、図1の四角形の内角の和より 80° 大きくなる。
イ 図2の五角形の内角の和は、図1の四角形の内角の和より 180° 大きくなる。
ウ 図2の五角形の内角の和は、図1の四角形の内角の和より 360° 大きくなる。
エ 図2の五角形の内角の和は、図1の四角形の内角の和と変わらない。
オ 図2の五角形の内角の和は、図1の四角形の内角の和と比べてどうなるかは、問題の条件だけでは決まらない。

A. イ
※五角形になると、四角形より、中にできる三角形が1つ(180°)ふえるから。

- (2) 次の図1、図2は、多角形の各頂点において一方の辺を延長したものです。

この2つの図で、それぞれ印を付けた角()の和を比べると、どのようなことがいえますか。下のアからエまでの中から正しいものを1つ選びなさい。

図1

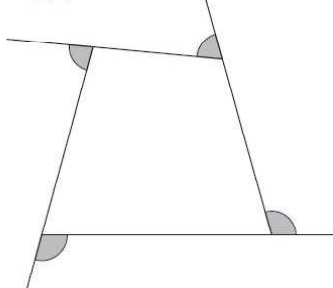
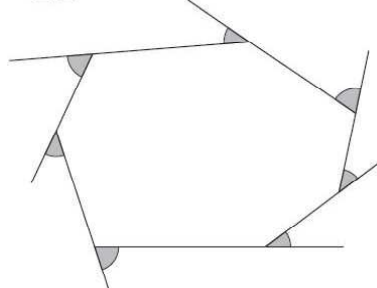


図2



- ア 図1で印を付けた角の和と図2で印を付けた角の和は等しい。
イ 図1で印を付けた角の和の方が大きい。
ウ 図2で印を付けた角の和の方が大きい。
エ 図1で印を付けた角の和と図2で印を付けた角の和のどちらが大きいかは、問題の条件からだけではわからない。

A. ア
※ 多角形の外角の和は、常に 360° だから。



確 認 し よ う !

☆「証明」とは何か理解しよう！

証明・・・あることがらが正しいことを、すでに正しいと認められたことがらを根拠として、筋道を立てて説明すること

たとえば、あることがら「三角形の内角の和は 180° である」が正しいことを、すでに正しいと認められたことがら「平行線の同位角は等しい」、「平行線の錯角は等しい」を根拠として、次のように筋道立てて説明することができる。

右の図のように、 $\triangle ABC$ の頂点 C から、辺 AB に平行な直線 CD をひく。
また、辺 BC を延長した直線上に点 E をとる。

このとき、 $AB \parallel DC$ で、

平行線の錯角は等しいから、

$$\angle a = \angle d \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

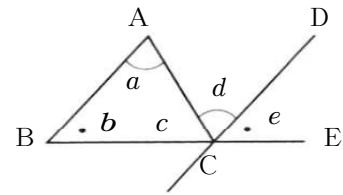
平行線の同位角は等しいから、

$$\angle b = \angle e \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

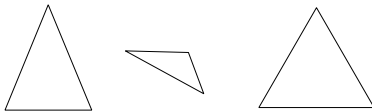
①、②から、三角形の内角の和は、

$$\angle a + \angle b + \angle c = \angle d + \angle e + \angle c = 180^\circ$$

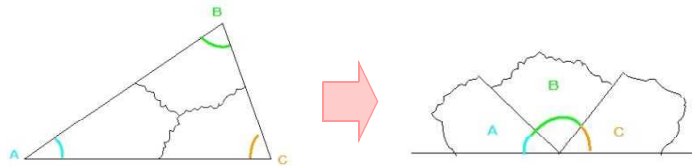
「根拠」
すでに正しいと
認められたことがら



このように証明されたことは、どんな三角形についても内角の和は 180° であることを示したことになる。つまり、1つ1つの角の大きさや辺の長さがどんな値でも、三角形ならば内角の和は 180° であるといえる。そして、証明されたことは、新たに図形の性質を証明する際に、根拠として用いることができる。



どんな三角形でも、内角の和は 180°



注意

小学校では、三角形の3つの角を分度器ではかったり、紙に書いた三角形をはさみで切り角を頂点のまわりに集めたりして、三角形の内角の和が 180° であることを確かめた。このように、実測や実験で確かめた場合、そのときに使った三角形では 180° になることはいえるが、他の三角形でも 180° になるとはいえないため、**証明したことにはならない**。また、正三角形は、1つの角が 60° だから、 $60^\circ \times 3 = 180^\circ$ である。しかし、この説明は正三角形という特別な形のための説明であって、正三角形以外の三角形の内角の和も 180° になるかどうかは、わからないため、**これも証明したことにはならない**。

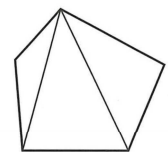
練 習 問 題

「五角形の内角の和は 540° であること」について、次の①、②、③のように説明した。
このなかで、証明といえるものはどれか、選びなさい。

① 分度器で5つの角をはかると、それぞれ 80° 、 100° 、 110° 、 120° 、 130° だった。
 $80^\circ + 100^\circ + 110^\circ + 120^\circ + 130^\circ = 540^\circ$ だから、五角形の内角の和は 540° である。

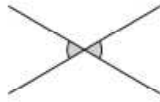
② 右の図のように、1つの頂点から対角線をひくと、3つの三角形に分けることができる。1つの三角形の内角の和は 180° だから、五角形の内角の和は $180^\circ \times 3 = 540^\circ$ である。

③ 正五角形の1つの内角は 108° である。 $108^\circ \times 5 = 540^\circ$ だから、五角形の内角の和は 540° である。



過去の問 題

- 8 ある学級で、「対頂角は等しい」ことの証明について、次の①、②を比べて考えています。



①

下の図のように、対頂角 $\angle a$ と $\angle b$ について、



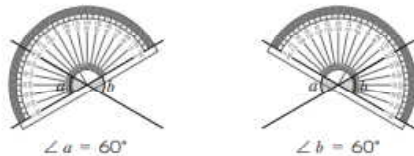
$$\angle a + \angle c = 180^\circ \text{ から, } \angle a = 180^\circ - \angle c$$

$$\angle b + \angle c = 180^\circ \text{ から, } \angle b = 180^\circ - \angle c$$

よって、 $\angle a = \angle b$
したがって、対頂角は等しい。

②

下の図のように、対頂角 $\angle a$ と $\angle b$ について、 $\angle a$ と $\angle b$ の大きさをそれぞれ測ると、



また、2つの直線の交わる角度を変えて、同じように測ると、

$$\angle a = 40^\circ \text{ のとき } \angle b = 40^\circ$$

$$\angle a = 90^\circ \text{ のとき } \angle b = 90^\circ$$

$$\angle a = 110^\circ \text{ のとき } \angle b = 110^\circ$$

よって、 $\angle a = \angle b$
したがって、対頂角は等しい。

①、②がそれぞれ「対頂角は等しい」ことを証明できているかどうかについて、正しく述べたものを、下のアからエまでの中から1つ選びなさい。

ア ①も②も証明できている。

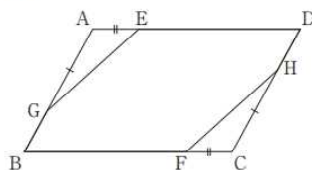
イ ①は証明できているが、②は証明できていない。

ウ ①は証明できていないが、②は証明できている。

エ ①も②も証明できていない。

- 8 平行四辺形ABCDで、辺AD、BC上に、 $AE = CF$ となるように点E、Fをそれぞれとります。また、辺AB、CD上に、 $AG = CH$ となるように点G、Hをそれぞれとります。このとき、 $EG = FH$ となることを、ある学級では、次の図1をかいて証明しました。

図1



証明

$\triangle AEG$ と $\triangle CFH$ において、

仮定より、 $AE = CF$ ①

$AG = CH$ ②

平行四辺形の向かい合う角は等しいから、

$\angle EAG = \angle FCH$ ③

①、②、③より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので、

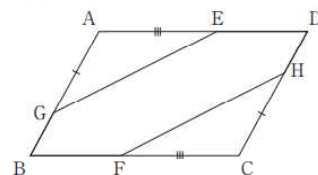
$\triangle AEG \cong \triangle CFH$

合同な図形の対応する辺は等しいので、

$EG = FH$

この証明をしたあと、点E、Fの位置を図2のように変えました。このときも図1と同じように $EG = FH$ となるかどうかを考えてみたところ、下のアからエまでのような意見が出ました。正しいものを1つ選びなさい。

図2



ア 図2の場合も、 $EG = FH$ であることは、すでに前ページの証明で示されている。

イ 図2の場合は、 $EG = FH$ であることを、改めて証明する必要がある。

ウ 図2の場合は、 $EG = FH$ であることを、それぞれの辺の長さを測って確認しなければならない。

エ 図2の場合は、 $EG = FH$ ではない。

2年

年 組 番 氏名

資料の活用 確率



確 認 し よ う !

☆ 確率を求めるときのポイント

(1) 確率の求め方

確率の求め方

起こりうるすべての場合が n 通りで、そのどれが起こることも同様に確からしいとする。そのうち、ことがらAの起こる場合が a 通りあるとき、

ことがらAの起こる確率 p は、 $p = \frac{a}{n}$

□ カード



・カードの問題は、
樹形図を作ると便利！！

□ 玉(球, ボール)

・玉の問題は、
樹形図を作ると便利！！



□ サイコロ



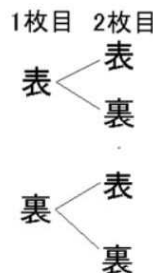
・サイコロを2個振る問題は、
表を作ると便利！！

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

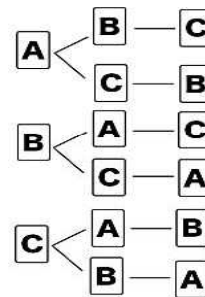
□ 硬貨(コイン)



・硬貨の問題は、
樹形図を作ると便利！！



1枚 2枚 3枚



これが
樹形図だ！



練 習 問 題

□ 大小2つのさいころを同時に投げるとき、次の問いに答えなさい。ただし、どちらのさいころも1から6までの出方は、同様に確からしいものとします。

(1) 起こりうるすべての場合は何通りありますか。

A. 36通り

(2) 出る目の和が6になる場合は何通りありますか。

和が6になるのは(1, 5) (2, 4) (3, 3) (4, 2) (5, 1)

A. 5通り

(3) 出る目の和が6になる確率を求めなさい。

A. $\frac{5}{36}$

(5) 出る目の和が、3以下になる確率を求めなさい。

和が3以下になるのは(1, 1) (1, 2) (2, 1)の3通り

$\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$ A. $\frac{1}{12}$

□ 2枚の硬貨A,Bを同時に投げるとき、1枚が表、もう1枚が裏が出る確率を求めなさい。
ただし、硬貨の表と裏の出方は、同様に確からしいものとします。

$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ A. $\frac{1}{2}$

□ 1から10までの数字が1つずつ書かれた10枚のカードがあります。この10枚のカードから1枚のカードをひくとき、カードに書かれた数字が奇数である確率を求めなさい。

$\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ A. $\frac{1}{2}$

□ 袋の中に、同じ大きさの青玉5個と赤玉3個の合計8個の玉が入っています。この袋の中から玉を1個取り出すとき、それが赤玉である確率を求めなさい。

A. $\frac{3}{8}$

過 去 の 問 題

- (2) 大小2つのさいころがあります。この2つのさいころを同時に投げるとき、出る目の数の和が7になる確率を求めなさい。ただし、どちらのさいころも1から6までの目の出方は同様に確からしいものとします。

$$\frac{6}{36} = \frac{1}{6} \quad \text{A. } \frac{1}{6}$$

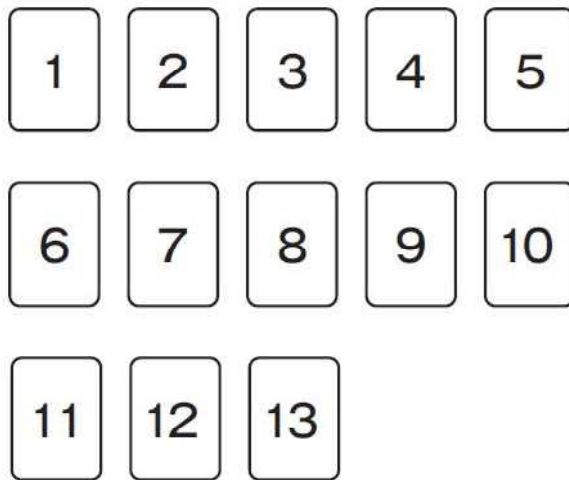
- (1) 2枚の硬貨A, Bを同時に投げるとき、2枚とも表の出る確率を求めなさい。ただし、硬貨の表と裏の出方は、同様に確からしいものとします。

表 < 表
裏 < 裏

の4通りのうち、2枚とも表は、1通り

$$\text{A. } \frac{1}{4}$$

- (2) 1から13までの数字が1つずつ書かれた13枚のカードがあります。この13枚のカードをよくきって1枚ひくとき、カードに書かれた数字が5または11である確率を求めなさい。



13枚のカードの中から1枚引く引き方は13通り。
その中から、5または、11のカードを引く引き方は2通り

$$\text{A. } \frac{2}{13}$$

- (2) 袋の中に、同じ大きさの赤玉3個と白玉2個の合計5個の玉が入っています。この袋の中から玉を1個取り出すとき、それが赤玉である確率を求めなさい。

赤玉3個と白玉2個の合計5個から1個球をとる取り方は、5通り。
それが、赤玉になるのは、3通り。

$$\text{A. } \frac{3}{5}$$