

数と式 正の数と負の数



確認しよう！

☆正負の数の計算をするときのポイント

- (1) 計算の順序……×, ÷を先に計算する。()があるときには, ()の中から先に計算する。
- (2) 基本的に, +(たす)は省略されており, +は, プラス(符号), -は, マイナス(符号)と考える。
たとえば,
 $5+3 \times (-2)$ は, 5 と $+3 \times (-2)$ と考える。したがって, $5 - 6 = -1$ となる。

$$\begin{aligned} & \cdot 5+3 \times(-2) \\ & =5+3 \times(-2) \\ & =5-6 \\ & =-1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \cdot -2+4 \times(-3) \\ & =-2+4 \times(-3) \\ & =-2-12 \\ & =-14 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \cdot 9-2 \times(-3) \\ & =9-2 \times(-3) \\ & =9+6 \\ & =15 \end{aligned}$$

- (3) $(-○)^2$ は, $(-○) \times (-○) = ○^2$ となる。 $-○^2$ は, $-(○ \times ○) = -○^2$ となる。
 $(-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$ $-3^2 = -(3 \times 3) = -9$

☆絶対値を理解しよう！

$(-3)^2$ と -3^2 は, 違うからね！



- (1) 絶対値とは, 数直線上で, ある数に対応する点の原点からの距離のこと。
したがって, 距離には, +, -は, ない。

たとえば,

- ① +3の絶対値……数直線上の+3から原点までの距離は, 3 答え. 3
② -7の絶対値……数直線上の-7から原点までの距離は, 7 答え. 7
③ 絶対値が5の数…数直線上で, 原点から距離が5になる点は, +5と-5 答え. +5と-5

練習問題

1 次の間に答えなさい。

(1) $3 \times (-5 + 2)$ を計算しなさい。
 $= 3 \times (-3)$
 $= -9$

(2) $13 + 2 \times (-7)$ を計算しなさい。
 $= 13 - 14$
 $= -1$

(3) $(-8)^2$ を計算しなさい。
 $= (-8) \times (-8)$
 $= 64$

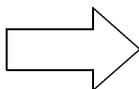
(4) 絶対値が5である数をすべて書きなさい。
A. 5, -5

(5) -9の絶対値を書きなさい。
A. 9

(6) $\frac{3}{4} \div \frac{7}{8}$ を計算しなさい。
 $= \frac{3}{4^1} \times \frac{8^2}{7}$
 $= \frac{6}{7}$



さあ, これで完璧です!



2 次の間に答えなさい。

(1) $4 \times (-6 - 2)$ を計算しなさい。
 $= 4 \times (-8)$
 $= -32$

(2) $-7 + 12 \div (-3)$ を計算しなさい。
 $= -7 - 4$
 $= -11$

(3) -8^2 を計算しなさい。
 $= -(8 \times 8)$
 $= -64$

(4) 絶対値が8である数をすべて書きなさい。
A. 8, -8

(5) -13の絶対値を書きなさい。
A. 13

(6) $\frac{5}{6} \div \frac{5}{8}$ を計算しなさい。
 $= \frac{5^1}{6^2} \times \frac{8^1}{5^1}$
 $= \frac{4}{3}$

数と式 文字を用いた式



確認しよう！

☆いろいろな数量を文字で表すときのポイント

- (1) 和:足し算(加法)の結果 差:引き算(減法)の結果 積:かけ算(乗法)の結果 商:割り算(除法)の結果
 (2) 割る数と割られる数の関係を式で表す方法

$\begin{array}{r} 4 \\ 3 \overline{)13} \\ \underline{12} \\ 1 \end{array}$ <p>13 ÷ 3 = 4 ⋯ 1 13割る3は、商が4で、あまりが1</p> <p style="text-align: center;">↓</p> <p>これを式で表すと、 割られる数 = 割る数 × 商 + あまり $13 = 3 \times 4 + 1$</p>	<p>ある数を3で割ると、商がaであまりが1</p> <p style="text-align: center;">↓</p> <p>ある数 = 3 × a + 1 ある数は、3a + 1 と表すことができる。</p>
--	--

- (3) 平均点の表し方

(平均点を求めたい数値の合計) ÷ (数値の個数) たとえば、国語:70点, 数学:x点のときの、
 2教科の平均点は、(70+x) ÷ 2だから、 $\frac{70+x}{2}$ と表すことができる。

- (4) 不等号の使い方

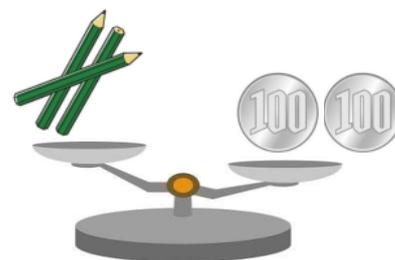
- ① ○は、△より大きい(高い,重い) ⋯⋯ ○ > △ ○は、△より小さい(安い,軽い) ⋯⋯ ○ < △
 ② ○は、△以上 ⋯⋯ ○ ≥ △ ○は、△以下 ⋯⋯ ○ ≤ △

たとえば、

(1本x円の鉛筆を3本買ったときの代金)は、(200円)より安い

(1本x円の鉛筆を3本買ったときの代金) < (200円)

$$3x < 200$$



練習問題

1 次の問に答えなさい。

(1) aの3倍とbの5倍の和を、aとbを用いた式で表しなさい。

A. $3a + 5b$

(2) 国語の点数がx点, 数学の点数が70点のときの国語と数学の平均点を、xを用いた式で表しなさい。

A. $\frac{x+70}{2}$

(3) ある数を7で割ると商がaで、余りが2になります。ある数をaを用いた式で表しなさい。

A. $7a + 2$

(4) xgのボールペンの重さは、10gより軽い。このとき、数量の関係を不等号で表しなさい。

A. $x < 10$

(5) 1個a円のパンを5個と1個b円のドーナツを4個買うと代金は1000円以下となった。

この数量の関係を不等号で表しなさい。

A. $5a + 4b \leq 1000$

数と式 式の計算



確認しよう！

☆確認しよう1

$$5x - 9 = \underset{\substack{\text{係数} \\ \swarrow \searrow}}{5x} + \underset{\substack{\text{項} \\ \swarrow \searrow}}{(-9)}$$



文字の計算は、とても大事です！
文字は数字が入る入れ物で、数字の代表選手です！
なので、下のルールを覚えることが大切です！
がんばれ！！

☆ポイント☆

- ・ $2x \times 3 = 6x$
数をかける！
- ・ $-(x-6)$
 $= -x + 6$
()の中の符号が変わる！
- ・ $9x \div 6 = \frac{9^{\cancel{3}}x}{\cancel{6}_2}$
 $= \frac{3}{2}x$
割り算は分数に！

☆確認しよう2

- ・ $3x \times 9 = 3 \times x \times 9 = 27 \times x = 27x$
- ・ $12y \div 8 = \frac{12^{\cancel{4}}y}{\cancel{8}_2} = \frac{3}{2}y$ <ダメー!!>
 $10x - 15 = -5x \times$
- ・ $5(2x - 3) = 5 \times 2x + 5 \times (-3) = 10x - 15$
- ・ $(9x + 6) \div 3 = \frac{9^{\cancel{3}}x}{\cancel{3}_1} + \frac{6^{\cancel{2}}}{\cancel{3}_1} = 3x + 2$

<例題> 次の計算をしなさい。

- (1) $2x \times (-5) = -10x$
- (2) $-8y \div 2 = \frac{-8y}{2} = -4y$
- (3) $2(4a - 3) = 8a - 6$ <ダメー!!>
 $8a - 6 = 2a \times$
- (4) $(4x - 6) \div 3 = \frac{4x}{3} - \frac{6}{3} = \frac{4}{3}x - 2$

◇分配法則◇

$$\begin{aligned} 2(x+3) \\ = 2x + 6 \end{aligned}$$

☆確認しよう3

- ・ $2x + 5x = (2 + 5)x = 7x$ <ダメー!!>
 $-4x + 5 = 1x \times$
- ・ $2x - 5 - 6x + 10 = 2x - 6x - 5 + 10$
 $= -4x + 5$
- ・ $(5x + 1) - (3x - 7) = 5x + 1 - 3x + 7$
 $= 5x - 3x + 1 + 7$
 $= 2x + 8$

<例題> 次の計算をしなさい。

- (1) $3x - 9x = (3 - 9)x = -6x$ <ダメー!!>
 $4x - 9 = -5x \times$
- (2) $9x + 3 - 5x - 12 = 9x - 5x + 3 - 12$
 $= 4x - 9$
- (3) $2(3x - 5) - (5x - 9) = 6x - 10 - 5x + 9$
 $= 6x - 5x - 10 + 9$
 $= x - 1$

練習問題

1 次の問に答えなさい。

- (1) $7x \times 6 = 7 \times 6 \times x = 42x$
- (2) $15y \div 3 = \frac{15y}{3} = 5y$
- (3) $3(4a - 5) = 12a - 15$
- (4) $(12x + 9) \div 3 = \frac{12x}{3} + \frac{9}{3} = 4x + 3$
- (5) $4x + 9x = (4 + 9)x = 13x$
- (6) $7x - 4 - 5x + 9 = 7x - 5x - 4 + 9 = 2x + 5$
- (7) $2(a - 3) - (a - 5) = 2a - 6 - a + 5$
 $= 2a - 1a - 6 + 5$
 $= a - 1$



さあ、これで完璧です！

1 次の問に答えなさい。

- (1) $3x \times (-6) = 3 \times (-6) \times x = -18x$
- (2) $21y \div 6 = \frac{21y}{6} = \frac{7}{2}y$
- (3) $-3(2a - 1) = -6a + 3$
- (4) $(15x - 20) \div 5 = \frac{15x}{5} - \frac{20}{5} = 3x - 4$
- (5) $3x - 9x = (3 - 9)x = -6x$
- (6) $6x - 4 - 9x + 10 = 6x - 9x - 4 + 10$
 $= -3x + 6$
- (7) $2(3a - 1) - 3(a - 5) = 6a - 2 - 3a + 15$
 $= 6a - 3a - 2 + 15$
 $= 3a + 13$

数と式 方程式



確認しよう！

☆ 方程式のポイント
(1) 方程式の解とは？

方程式を成り立たせる文字の値を、その方程式の解という。
また、方程式の解を求めることを、その方程式を解くという。

(2) 方程式の解き方
※等式の性質を基本とする。※書き方をマスターする
※てんびんを意識する。

<ポイント>

- ① 文字を左辺へ、数を右辺へ移項
- ② $\bigcirc x = \triangle$ とする

$\bigcirc x = \triangle$ のとき $\frac{\triangle}{\bigcirc} x = \square$ のとき

$x = \frac{\triangle}{\bigcirc}$

$x = \square \times \frac{\bigcirc}{\triangle}$

(両辺を \bigcirc で割る) (両辺に逆数をかける)

③少数、分数は、整数に



$18 = 2x$

等式の性質

- ① $A = B$ ならば $A + C = B + C$
- ② $A = B$ ならば $A - C = B - C$
- ③ $A = B$ ならば $AC = BC$
- ④ $A = B$ ならば $\frac{A}{C} = \frac{B}{C}$ ($C \neq 0$)

<p>□ $6x - 7 = 11$</p> <p>$6x = 11 + 7$ $6x = 18$ $x = 3$</p> <p>左辺の -7 を右辺に移項する。 このとき、何を移項したかわかるように、移項した場所を空けておくとよい。</p>	<p>□ $5x = -3x + 24$</p> <p>$5x + 3x = \quad + 24$ $8x = 24$ $x = 3$</p> <p>右辺の -3x を左辺に移項する。 このとき、何を移項したかわかるように、移項した場所を空けておくとよい。</p>	<p>□ $2.1x = 0.5x - 3.2$</p> <p>$21x = 5x - 32$ $21x - 5x = -32$ $16x = -32$ $x = -2$</p> <p>小数を整数にするために両辺を10倍する。</p>	<p>□ $\frac{1}{2}x - 5 = \frac{2}{3}x$</p> <p>$3x - 30 = 4x$ $3x - 4x = 30$ $-x = 30$ $x = -30$</p> <p>分数の分母を払うために両辺を6倍する。</p>	<p>□ $x : 10 = 3 : 2$</p> <p>$2x = 30$ $x = 15$</p> <p>$a : b = c : d$ は、 $ad = bc$ となることから、 $x \times 2 = 10 \times 3$</p>
---	---	--	---	---

練習問題

□ 次の方程式を解きなさい。

(1) $6x + 19 = 1$ (2) $3x = -2x + 20$ (3) $1.1x = 0.9x - 1.8$ (4) $\frac{2}{5}x - 1 = \frac{1}{3}x$ (5) $9 : 2 = x : 8$

$6x = 1 - 19$ $2x + 3x = 20$ $11x = 9x - 18$ $6x - 15 = 5x$ $2x = 72$
 $6x = -18$ $5x = 20$ $-9x + 11x = -18$ $6x - 5x = 15$ $x = 36$
 $x = -3$ $x = 4$ $2x = -18$ $x = 15$
 $x = -9$

(6) $-2x - 5 = 13$ (7) $-3x = x - 16$ (8) $0.3x + 0.54 = 0.12x$ (9) $\frac{x-1}{2} = \frac{2x-1}{3}$ (10) $3 : 8 = 2 : 5x$

$-2x = 13 + 5$ $-x - 3x = -16$ $30x + 54 = 12x$ $3(x-1) = 2(2x-1)$ $15x = 16$
 $-2x = 18$ $-4x = -16$ $30x - 12x = -54$ $3x - 3 = 4x - 2$ $x = \frac{16}{15}$
 $x = -9$ $x = 4$ $18x = -54$ $3x - 4x = -2 + 3$
 $x = -3$ $-x = 1$
 $x = -1$



確認しよう！

☆確認しよう ①

・「直線AB」 ・「線分AB」 ・「2点A, B間の距離」 ・ $\angle BAC$ 「角BAC」 ・ $AB \perp CD$ 「AB垂直CD」

・ $AB \parallel CD$ 「AB平行CD」

※直線ABは直線CDの垂線、
※直線CDは直線ABの垂線

点Pと直線 l との距離

☆確認しよう ②

・ 円とおうぎ形

\widehat{AB} と表し、弧AB

$\angle AOB$ を \widehat{AB} に対する中心角

円の接線は、接点を通る半径に垂直

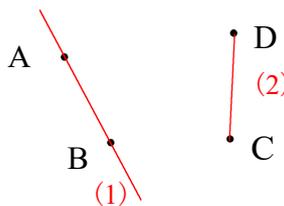
\widehat{AB} を中心角 $\angle AOB$ に対する弧という。

接点 接線

練習問題

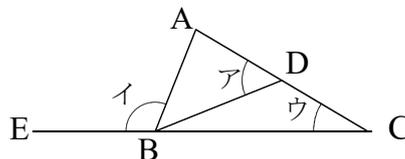
1 右の図のように、平面上に4点A, B, C, Dがあります。このとき、次の直線、線分を図にかきなさい。

- (1) 直線AB (2) 線分CD



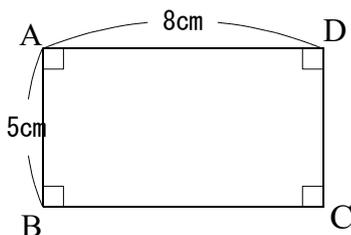
2 右の図で、ア、イ、ウの角を角の記号 \angle とA, B, C, D, Eを使って表しなさい。

- ア： $\angle ADB$ ($\angle BDA$)
イ： $\angle ABE$ ($\angle EBA$)
ウ： $\angle ACB$ ($\angle ACE$ など)



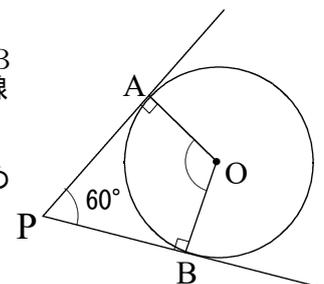
3 右の図の長方形について、(1)~(3)のことがらを記号を使って表しなさい。

- (1) 辺ABと辺DCの長さの関係
(2) 辺ABと辺ADの位置関係
(3) 辺ADと辺BCの位置関係



3 右の図で、直線PA, PBが円Oの接線であるとき、ABに対する中心角を求めなさい。

120°





図形 作図

確認しよう！

☆作図とは…

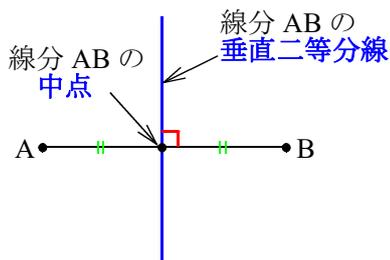
定規とコンパスだけを用いて図をかくことです。

[使い道] 定規…直線や線分をひく道具

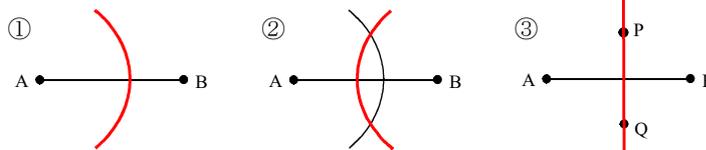
コンパス…円をかいたり, 線分の長さを写し取る道具



垂直二等分線



[線分 AB の垂直二等分線の作図]

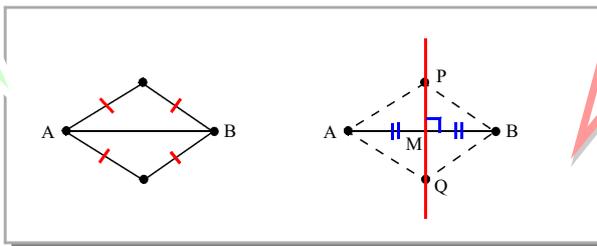


①点 A を中心とする円をかく ②点 B を中心とする円をかく ③直線 PQ をひく
(①と等しい半径の円をかこう)

☆ どうして、この方法で垂直二等分線が作図できるの？

等しい円を2つの円をかくと
ひし形ができるよ！

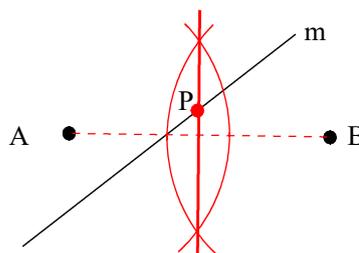
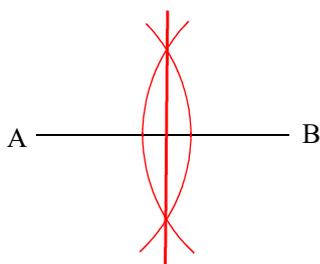
ひし形は線対称な図形だね。



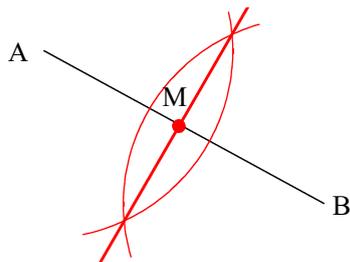
線対称な図形
だから、
 $AB \perp PQ$ (垂直)
 $AM = BM$ (二等分)
になります。

練習問題

- 1 線分 AB の垂直二等分線を作図しなさい。 3 下の図で、直線 m 上にあつて、2点 A, B から等しい距離にある点 P を作図しなさい。



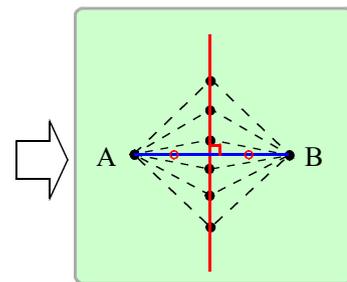
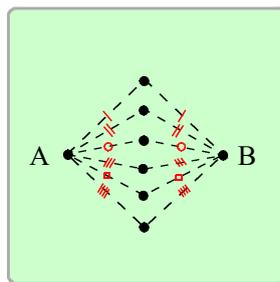
- 2 辺 AB の中点 M を作図しなさい。



[ポイント] 2点 A, B から等しい距離にある点の集合とは？

2点から等しい距離をいくつかとると…？

点の集合は線分 AB の垂直二等分線になる！





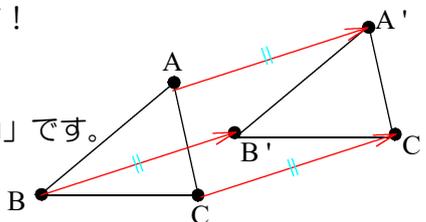
確認しよう！

☆移動とは… ある図形をその形と大きさを変えないで、ほかの位置に移すこと。

☆中学校で学ぶ「移動」は3つあります！

(1) 平行移動

…「図形を、一定の**方向**に、一定の**距離**だけずらす移動」です。

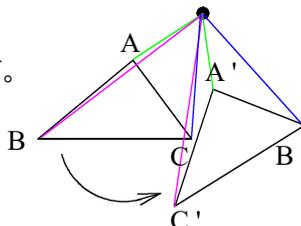


平行移動の性質

対応する2点を結ぶ線分は平行で長さが等しくなるよ！

(2) 回転移動

…「図形を、1つの**点を中心**として、一定の**角度**だけ回転させる移動」です。



回転移動の性質

回転の中心は、対応する2点から等しい距離にあるよ！

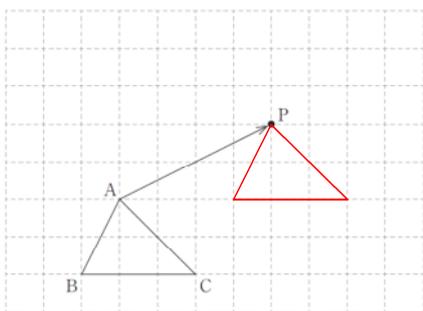
対応する2点と回転の中心を結んでできる角の大きさはすべて等しいよ！



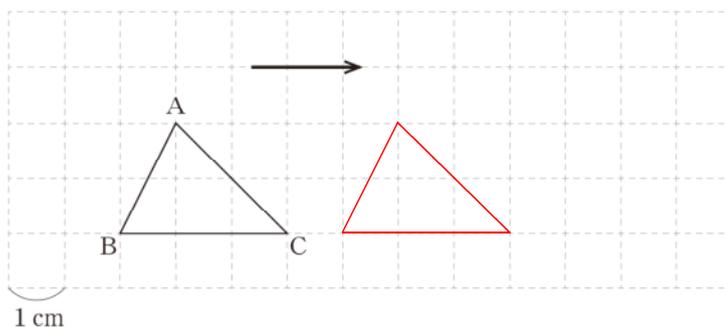
もう1つの移動は、次のページです！

練習問題

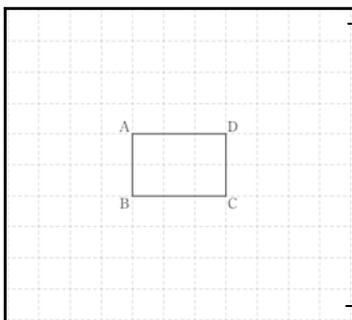
1 下の図の△ABCを、点Aを点Pに移すように**平行移動**した図形を、解答用紙の方眼を利用してかきなさい



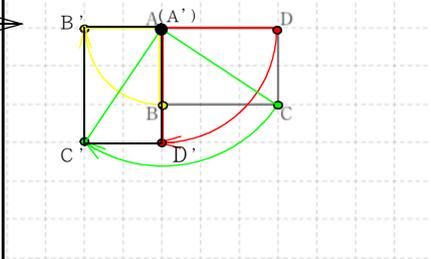
2 下の図の△ABCを、矢印の示す方向に4cmだけ**平行移動**した図形を、解答用紙の方眼を利用してかきなさい。



3 下の図の長方形ABCDを、点Aを中心として**時計回りに90°**だけ**回転移動**した図形をかくと、図1ようになる。

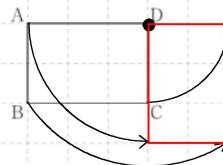


【図1】



図形をつくる各点が、どこに移動すればよいか考えてみよう！

【図2】



では、点Dを中心として、**反時計回りに90°**だけ**回転移動**した図形は、どのようにかけるだろうか。図2にかきましょう。

図形

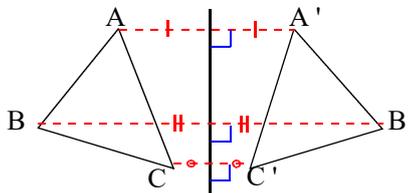
図形の移動②



確認しよう！

☆中学校で学ぶ「移動」は3つあります！

- (3) 対称移動
 …「図形を、1つの直線を折り目として折り返す移動」です。

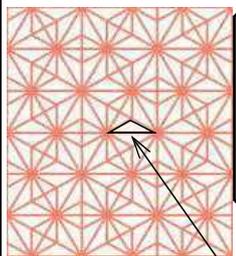


対称移動の性質

対称の軸は、対応する2点を結ぶ線分を垂直に二等分するよ！

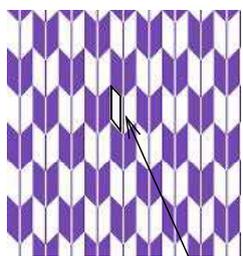
☆日本の伝統模様には、1つの図形を敷き詰めてできた美しい模様があります。この模様は、1つの図形を平行移動、回転移動、対称移動した図形とみることもできます。

<よく見かける日本の伝統模様>



麻の葉模様

1つの二等辺三角形を、移動した図形と見ることができるよ！



矢絰(やがすり)模様

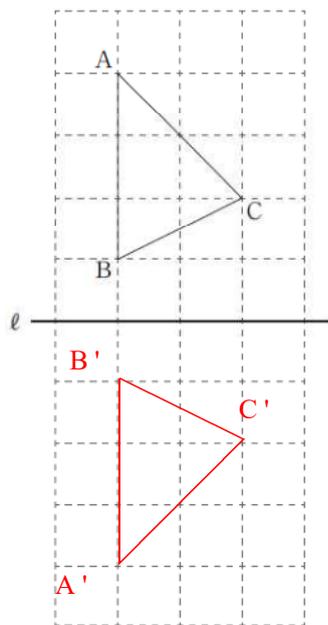
1つの平行四辺形を、移動した図形と見ることができるよ！



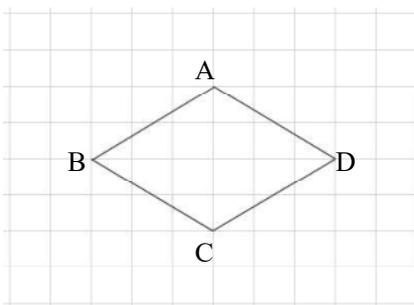
2020年東京オリンピックのエンブレムは、どんな図形がどんな移動をしているかな？

練習問題

- 1 下の図の△ABCを、直線ℓを軸として対称移動した△A'B'C'を、解答用紙の方眼を利用してかきなさい。



- 2 次の四角形ABCDは、線対称な図形です。対称軸はどれですか。下のアからオまでのの中から正しいものを1つ選びなさい。

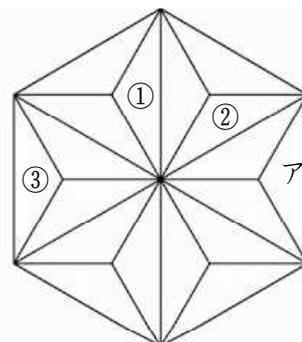


- ア 直線AC
- イ 直線AB
- ウ 直線BD
- エ 直線CD
- オ 直線ACと直線BD

ア オ

- 3 右の図は、「麻の葉模様」と呼ばれる模様です。アの二等辺三角形を、①、②、③に重ねるには、どのように移動するとよいですか？に適切な言葉を入れなさい。

- ・アを平行移動させると、①に重なる。
- ・アを回転移動させると、②に重なる。
- ・アを対称移動させると、③に重なる。
(回転でもよい)



図形 円とおうぎ形の計量



確認しよう！

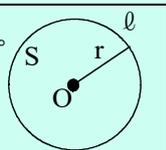
☆円

小学校で学習した円周率はどんな大きさの円でも一定で、3.14159265358979323846264332795028841971……と限りなく続きます。これまではおよその値で3.14を使ってきましたが、これからは円周率を π で表します。

この π を使うと、円周の長さや面積は次のように表せます。

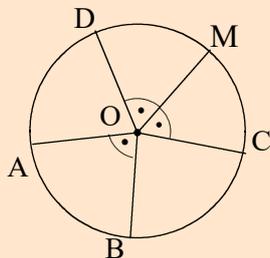
$$\text{円周の長さ } l = 2\pi r$$

$$\text{円の面積 } S = \pi r^2$$



r は円の半径、 O は円の中心
 l は円周の長さ、 S は円の面積を表しているよ！

☆おうぎ形の中心角と弧の長さ、面積の関係



円Oで、中心角の大きさに弧の長さ、面積は比例する。

なので、
 $\angle AOB = \angle COM = \angle DOM$ ならば、
 $AB = CM = DM$, $AB \times 2 = CMD$
おうぎ形の面積も、同じ。

この考え方をを使うと、
おうぎ形の弧の長さも面積も
おうぎ形(中心角 a°)が円(360°)に対して
どのくらいの大きさなのかが分ればよい。

例えば、中心角が 60° のおうぎ形の弧の長さや面積を考えたとき、
中心角が 60° のおうぎ形は、円全体(360°)の $\frac{1}{6}$ の大きさ($\frac{60}{360}$)

なので、弧の長さは、円周 $\times \frac{1}{6}$ 。

面積は、円の面積 $\times \frac{1}{6}$ となります。

☆練習しよう

左の図のように、半径6cm、中心角 120° のおうぎ形があります。

(1) 弧の長さを求めよう。

$$\begin{aligned} (\text{弧の長さ}) &= (\text{円周の長さ}) \times \frac{120}{360} \text{ なので} \\ \text{弧の長さ} &= 2\pi \times 6 \times \frac{120}{360} = 4\pi \text{ (cm)} \end{aligned}$$

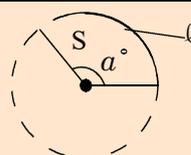
(2) 面積を求めよう。

$$\begin{aligned} (\text{面積}) &= (\text{円の面積}) \times \frac{120}{360} \text{ なので} \\ \text{面積} &= \pi \times 6^2 \times \frac{120}{360} = 12\pi \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

【おうぎ形の弧の長さや面積】

$$\text{弧の長さ } l = 2\pi r \times \frac{a}{360}$$

$$\text{面積 } S = \pi r^2 \times \frac{a}{360}$$



弧の長さも面積も
円の $\frac{1}{3}$ と考える
ことができるね！

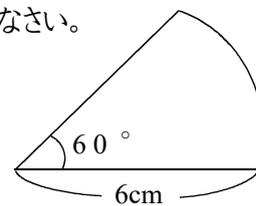
練習問題

1 右の図のように、半径が6cm、中心角が 60° のおうぎ形の弧の長さや面積を求めなさい。

$$\text{弧の長さ } 2\pi \times 6 \times \frac{60}{360} = 2\pi \text{ cm}$$

$$\text{面積 } \pi \times 6^2 \times \frac{60}{360} = 6\pi \text{ cm}^2$$

$$\text{弧の長さ } 2\pi \text{ cm} \quad \text{面積 } 6\pi \text{ cm}^2$$



2 半径が2cm、中心角が 72° のおうぎ形の弧の長さや面積を求めなさい。

$$\text{弧の長さ } 2\pi \times 2 \times \frac{72}{360} = \frac{4}{5}\pi \text{ cm}$$

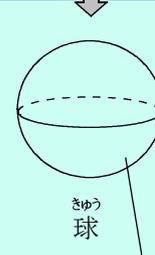
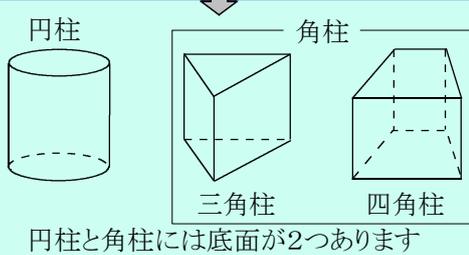
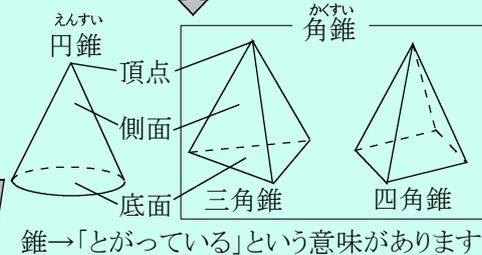
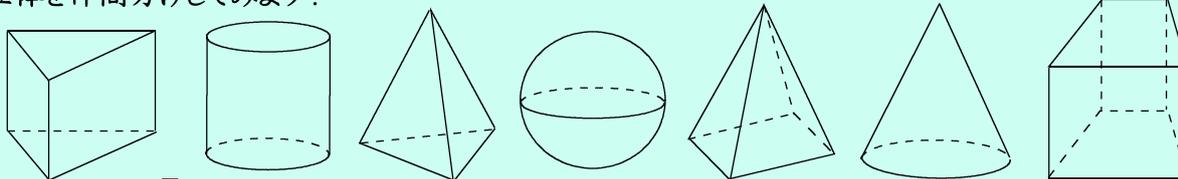
$$\text{面積 } \pi \times 2^2 \times \frac{72}{360} = \frac{4}{5}\pi \text{ cm}^2$$

$$\text{弧の長さ } \frac{4}{5}\pi \text{ cm} \quad \text{面積 } \frac{4}{5}\pi \text{ cm}^2$$

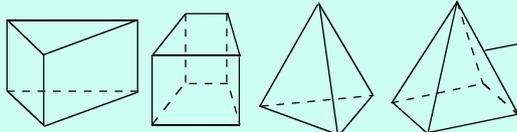


確認しよう！

☆立体を仲間分けしてみよう！



多面体→いくつかの平面で囲まれた立体

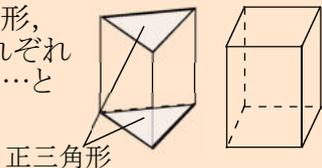


例えば、四角錐は5つの平面に囲まれているので**五面体**ともいうよ！
注：円柱や円錐は、側面が曲面なので、**多面体**ではありません

曲面のみでできている立体です

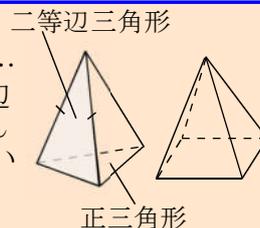
☆特別な角柱について知ろう！

底面が正三角形，正方形，……である角柱を，それぞれ正三角柱，正四角柱……とといいます



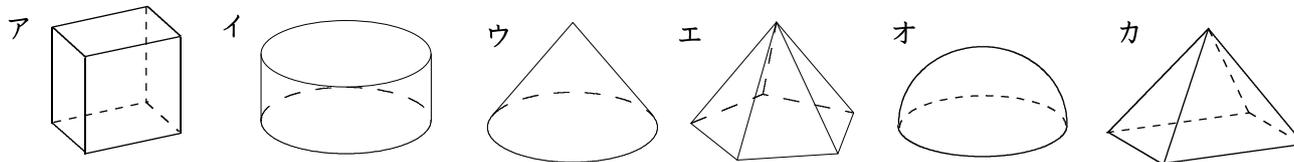
☆特別な角錐について知ろう！

底面が正三角形，正方形，……で，側面がすべて合同な二等辺三角形である角錐を，それぞれ正三角錐，正四角錐……とといいます



練習問題

1 次のア～カの立体について，下の問いに記号で答えなさい。



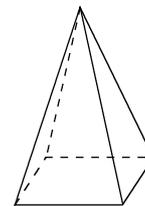
- (1) 円錐はどれですか ウ
 (2) 角柱はどれですか ア
 (3) 底面が2つある立体はどれですか ア, イ
 (4) 多面体はどれですか ア, エ, カ

2 次の問いに答えなさい。

- (1) 底面が正三角形の角錐を何といいますか 正三角錐
 (2) 円錐の底面はどんな形ですか 円
 (3) 円柱の側面は平面，曲面のどちらですか 曲面
 (4) 円柱の底面はいくつありますか 2つ

3 正四角錐について，次の問いに答えなさい。

- (1) 底面はどんな形ですか 正方形
 (2) 底面はいくつありますか 1つ
 (3) 側面はどんな形ですか 二等辺三角形
 (4) 側面はいくつありますか 4つ



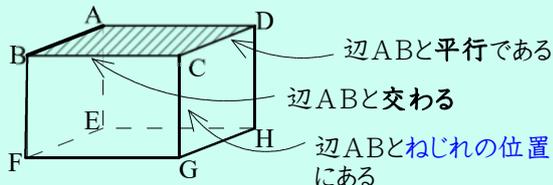
図形 立体の見方と調べ方



確 認 し よ う !

☆2直線の位置関係

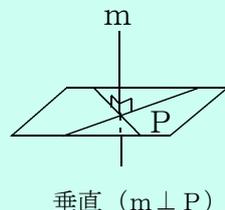
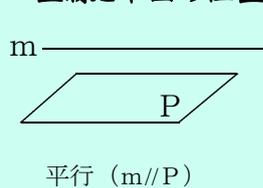
・下のような直方体で、辺ABとその他の辺との関係を考えてみよう。



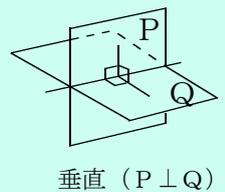
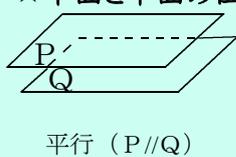
辺ABと平行である
辺ABと交わる
辺ABとねじれの位置にある

- ・辺ABと辺CDは平行です } 同じ平面上にある
- ・辺ABと辺BCは交わります }
- ・辺ABと辺CGはねじれの位置にあるといえます (同じ平面上にない)

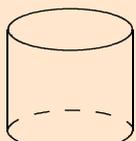
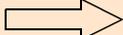
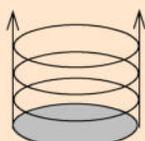
☆直線と平面の位置関係



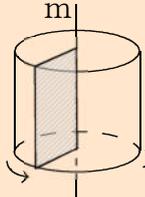
☆平面と平面の位置関係



☆面を動かしてできる立体



・円を垂直な方向に動かすと円柱になる

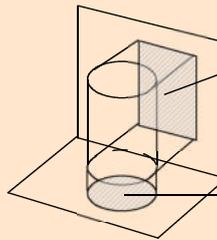


・長方形を、直線mを軸として1回転させると円柱になる

【Point】

平面図形をある直線のまわりに1回転させてできる立体を回転体といい、直線mを回転の軸という。

☆投影図



立面図
正面から見た図
平面図
真上から見た図

投影図

・立面図と平面図を合わせて投影図という



立体を平面に表す方法は、投影図の他に展開図という方法もあったね!

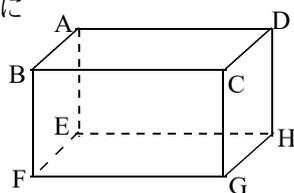
練習問題

1 右の直方体について、次の(1)～(3)にあてはまるものをすべて答えなさい。

(1) 辺ABとねじれの位置にある辺 辺DH, 辺CG, 辺EH, 辺FG

(2) 辺ABと垂直な辺 辺AD, 辺BC, 辺AE, 辺BF

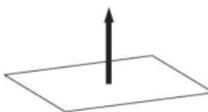
(3) 面CGHDと平行な辺 辺AB, 辺BF, 辺FE, 辺AE



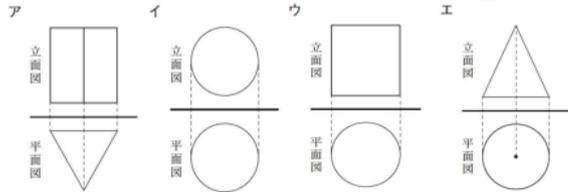
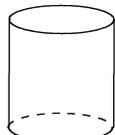
2 右の図の半円を、その直径を軸として1回転させて立体をつくります。このとき、できる立体の名称を書きなさい。 球



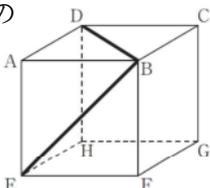
3 四角形が、その面に垂直な方向に一定の距離だけ平行に動くと、その動いたあとを立体とみることができます。このとき、できる立体の名称を書きなさい。 四角柱



4 右の図は、円柱の見取図です。この円柱の投影図が、下のアからエまでの中にあります。それを1つ選びなさい。



5 右の図は立方体の見取図です。BDとBEの長さについて、下のアからウまでの中から正しいものを1つ選びなさい。



- ア BDとBEの長さは等しい
- イ BDの方が長い
- ウ BEの方が長い

ア

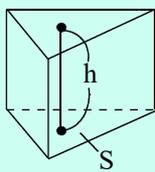
図形 立体の体積と表面積



確 認 し よ う !

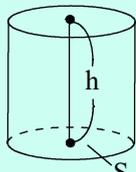
☆立体の体積の求め方

角柱

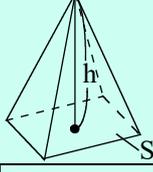


$$\text{体積} = \text{底面積}(S) \times \text{高さ}(h)$$

円柱

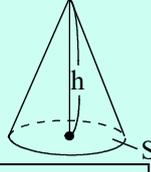


角錐

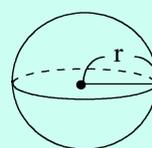


$$\text{体積} = \text{底面積}(S) \times \text{高さ}(h) \times \frac{1}{3}$$

円錐



球

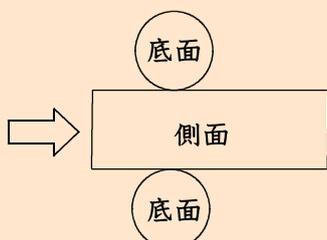
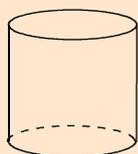


$$\text{体積} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

☆立体の表面積の求め方

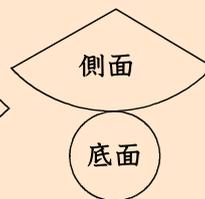
※立体の表面全体の面積を表面積といいます

円柱



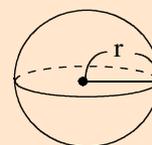
$$\text{表面積} = \text{底面積} \times 2 + \text{側面積}$$

円錐



$$\text{表面積} = \text{底面積} + \text{側面積}$$

球

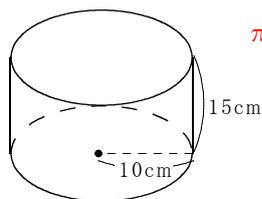


$$\text{表面積} = 4 \pi r^2$$

・角柱や角錐も、それぞれ円柱や円錐と同じように底面積と側面積を求めて表面積を求めることができます。

練 習 問 題

- 1 底面の半径が10cm、高さが15cmの円柱の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とします。

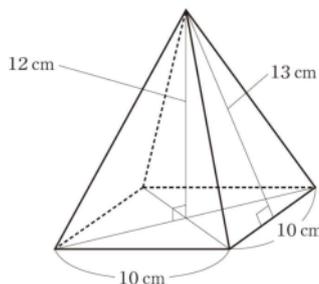


$$\pi \times 10^2 \times 15 = 1500 \pi$$

$$\underline{1500 \pi} \text{ cm}^3$$

- 2 次の図のような正四角錐があります。この正四角錐の底面は、1辺の長さが10cmの正方形です。この四角錐の高さは12cm、側面の三角形の高さは13cmです。

このとき、この正四角錐の体積を求める式として正しいものを、下のアからエまでの中から1つ選びなさい。



ア $10 \times 10 \times 12 \times \frac{1}{2}$

イ $10 \times 10 \times 13 \times \frac{1}{2}$

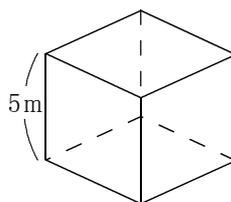
ウ $10 \times 10 \times 12 \times \frac{1}{3}$

エ $10 \times 10 \times 13 \times \frac{1}{3}$

ウ

- 3 次のア、イの立体の表面積を求めなさい。

ア. 立方体



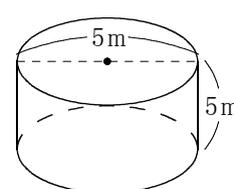
$$\text{底面積} = 5 \times 5 = 25$$

$$\text{側面積} = 5 \times 20 = 100$$

$$\text{表面積} = 25 \times 2 + 100 = 150$$

$$\underline{150} \text{ m}^2$$

イ. 円柱



$$\text{底面積} = \pi \times \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4} \pi$$

$$\text{側面積} = 5 \times 10 \pi = 50 \pi$$

※側面の横の長さは底面の円周と等しいです

$$\text{表面積} = \frac{25}{4} \pi \times 2 + 50 \pi$$

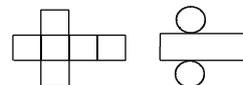
$$= \frac{25}{2} \pi + \frac{100}{2} \pi$$

$$= \frac{125}{2} \pi$$

$$\underline{\frac{125}{2} \pi} \text{ m}^2$$



展開図をつかって考えるといいね!





確認しよう！

☆ 関数関係となるためのポイント

(1) y は x の関数であるとは……

2つの変数 x, y があって、 x の値を決めると、それに対応する y の値がただ1つ決まる時、 y は x の関数である という。

だから、 x 年後のAくんの身長を y cmとしたとき、 y は、ただ1つ決まらないので、 y は x の関数ではないよ！

☆ 比例・反比例とは……

y が x の関数で、

$$y = ax \quad (aは0でない定数)$$

という式で表されるとき、 y は x に比例するという。
このとき、 a を比例定数という。

y が x の関数で、

$$y = \frac{a}{x} \quad (aは0でない定数)$$

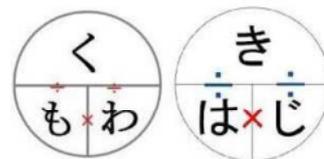
という式で表されるとき、 y は x に反比例するという。
このとき、 a を比例定数という。



(1) 式で表すときのコツ！

① ○○の代金は、…… ○○の面積は、…… ○○の道のりは、……など
「～は」は、「＝」で表せる。

- ◇ 「き・は・じ」は、覚えよう！ 「距離＝速さ×時間」
- ◇ 「く・も・わ」は、覚えよう！ 「比べられる量＝もとになる量×割合」
- ◇ 「塩の水」は、覚えよう！ 「食塩の重さ＝濃度×食塩水の重さ」



これらは、簡単な図で覚えることができる！

② 和……足し算の結果、 差……引き算の結果、 積……かけ算の結果、 商……割り算の結果

練習問題

1 次のアからエについて、 y を x の式で表しなさい。また、比例には○を、反比例には△を、そうでないものには、×をつけなさい。

(○) ア 1本 x 円の鉛筆8本の代金は、 y 円である。 $y = 8x$

(×) イ 1辺 x cmの正方形の面積は、 y cm²である。 $y = x^2$

(△) ウ 120脚の椅子を1列に x 脚ずつ並べると y 列になる。 $y = \frac{120}{x}$

(○) エ 時速 x kmで2時間走ったときの道のりは、 y kmである。 $y = 2x$

2 比例 $y = 4x$ の x の値とそれに対応する y の値について、次のアからエまでのの中から正しいものを1つ選びなさい。

- ア x の値と y の値の和は、いつも4である。
- イ x の値と y の値の積は、いつも4である。
- ウ x の値を y の値で割った商は、いつも4である。
- エ y の値を x の値で割った商は、いつも4である。

関数 $y = ax$ では、下のことは言えるんだよ！

- ① x の値が、2倍、3倍、…になると、 y の値も2倍、3倍、…になる。
- ② 対応する x と y の値の商 $\frac{y}{x}$ の値は a になる。

3 反比例 $y = \frac{6}{x}$ の x の値とそれに対応する y の値について、次のアからエまでのの中から正しいものを1つ選びなさい。

- ア x の値と y の値の和は、いつも6である。
- イ x の値から y の値を引いた差は、いつも6である。
- ウ x の値と y の値の積は、いつも6である。
- エ x の値を y の値で割った商は、いつも6である。

関数 $y = \frac{a}{x}$ では、下のことは言えるんだよ！

- ① x の値が、2倍、3倍、…になると、 y の値も $\frac{1}{2}$ 倍、 $\frac{1}{3}$ 倍、…になる。
- ② 対応する x と y の値の積 xy の値は a になる。



関数 比例の表, 式, グラフ



確 認 し よ う !

☆ 比例のポイント

(1)

関数 $y = ax$ では,

- ① x の値が, 2倍, 3倍, ... になると, y の値も2倍, 3倍, ... になる。
- ② 対応する x と y の値の商 $\frac{y}{x}$ の値は a になる。

(2) 比例は, $y = ax$ という式になる。

<グラフの特徴>

- ・原点 $O(0, 0)$ を通る
- ・ a は, 比例定数といい, これは, グラフが右にいくつ進めば, 上(下)にいくつ進むのかを表す数字。
- ・ $a > 0$ なら, 右上がり(右に進むと上に上がる)
- ・ $a < 0$ なら, 右下がり(右に進むと下に下がる)

※ a は, 分数で考えると分かりやすい。

(例1) $y = 2x \rightarrow y = \frac{2}{1}x$ と考え, 右に1進むと上に2上がる。

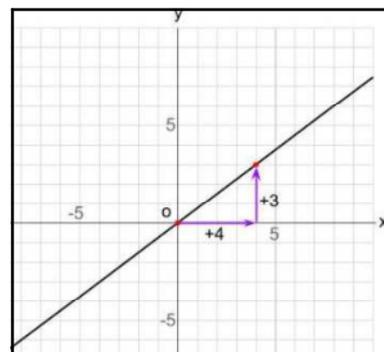
(例2) $y = -3x \rightarrow y = -\frac{3}{1}x$ と考え, 右に1進むと下に3下がる。

※ グラフから, 式を考えるとときは, 右にいくつ進んで, 上(下)にいくつ進むということから, 求めることができる。

☆ たとえば, 右のグラフは,

右に4進んで, 上に3進んでいるから

$y = ax$ で, $a = \frac{3 \text{ 上がる}}{4 \text{ 進んで}}$ ことから, $y = \frac{3}{4}x$ となる。



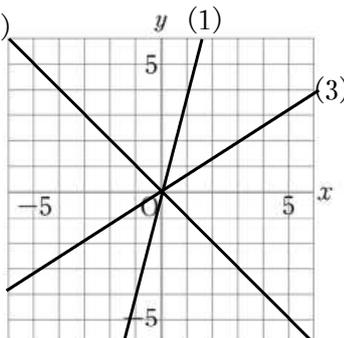
練 習 問 題

1 次の関数のグラフを書きなさい。(2)

(1) $y = 4x$

(2) $y = -x$

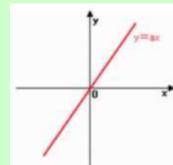
(3) $y = \frac{2}{3}x$



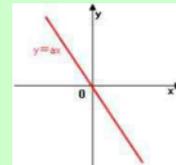
関数 $y = ax$ のグラフは, 原点を通る直線である。

① $a > 0$

② $a < 0$



$a > 0$ のグラフは,
右上がりのグラフ
と言うんだよ!

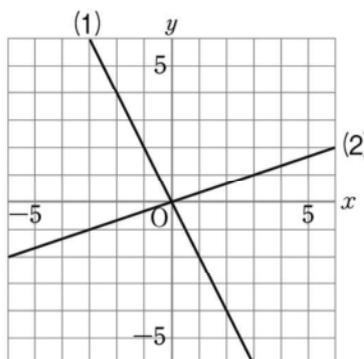


$a < 0$ のグラフは,
右下がりのグラフ

2 右の比例のグラフ(1), (2)について,
 y を x の式で表しなさい。

(1) $y = -2x$

(2) $y = \frac{1}{3}x$



関数 反比例の表, 式, グラフ

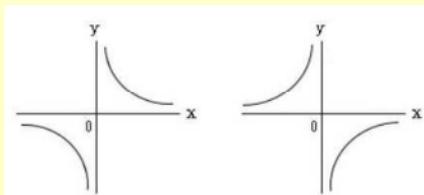


確 認 し よ う !

☆反比例のポイント

- (1) 関数 $y = \frac{a}{x}$ では,
- ① x の値が, 2倍, 3倍, ... になると, y の値は $\frac{1}{2}$ 倍, $\frac{1}{3}$ 倍, ... になる。
 - ② 対応する x と y の値の積 xy の値は a になる。

- (2) 関数 $y = \frac{a}{x}$ のグラフは, 原点について対称な双曲線である。
- ① $a > 0$
 - ② $a < 0$



関数 $y = \frac{a}{x}$ のグラフは,
原点について対称な, なめらかな
2つの曲線になる。
このような曲線を双曲線と言います。

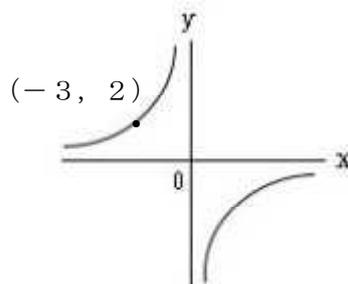
$a > 0$ のときと, $a < 0$ のときの
グラフの現れ方を覚えようね!!



- (3) グラフから, 式を求めるには, $xy = a$ を利用するとよい。
(反比例は, x と y の積 a が一定)
たとえば,

点 $(-3, 2)$ を通る反比例の式は,

$$\begin{aligned} xy &= -3 \times 2 = -6 \\ xy &= -6 \text{ だから,} \\ y &= -\frac{6}{x} \text{ となる。} \end{aligned}$$



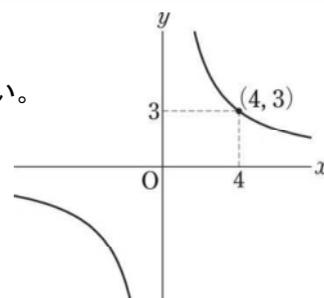
練 習 問 題

- 1 下の表は, y が x に反比例する関係を表した
ものです。このとき, y を x の式で表しなさい。

x	...	-4	-3	-2	...
y	...	-3	-4	-6	...

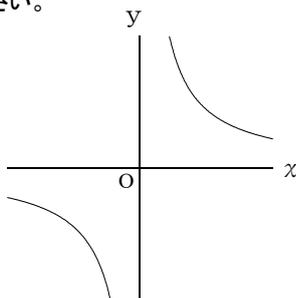
$$y = \frac{12}{x}$$

- 3 右の図は, 反比例のグラフで,
点 $(4, 3)$ を通ります。
このとき, y を x の式で表しなさい。



$$\begin{aligned} xy &= 4 \times 3 \\ xy &= 12 \\ y &= \frac{12}{x} \end{aligned}$$

- 2 次の図の曲線は, 反比例のグラフを表しています。
このグラフについて, x と y の関係を示した表
が, 右のア~エまでの中にあります。
それを1つ選びなさい。



ア	x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
	y	...	-2	-4	-6	-8	0	8	6	4	2	...
イ	x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
	y	...	-2	$-\frac{8}{3}$	-4	-8	0	8	4	$\frac{8}{3}$	2	...
ウ	x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
	y	...	2	4	6	8	0	-8	-6	-4	-2	...
エ	x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
	y	...	8	$\frac{8}{3}$	4	2	0	-8	-4	$-\frac{8}{3}$	-2	...

資料の活用 度数の分布と代表値



確認しよう！

☆ 度数の分布、代表値のポイント

<用語の確認をしよう！>

- 範囲 ……資料の中の最大値から最小値をひいた値
- 度数 ……それぞれの階級の値
- 度数分布表 ……階級ごとの度数を表した表
- ヒストグラム ……度数の分布を隙間なく表したグラフ
(階級の幅を底辺、度数を高さにした長方形のグラフ)
- 相対度数 ……(その階級の度数) ÷ (度数の合計)
(相対度数は、その階級の度数の全体に対する割合を表すので、小数で表す)
- 代表値 ……資料の特徴を表す代表の値
- 階級値 ……階級の中央の値
- 平均値 ……(平均値) = $\frac{(\text{階級値}) \times (\text{度数}) \text{の合計}}{(\text{度数の合計})}$
- 中央値(メジアン) ……資料の小さい方から数えて中央にある値
- 最頻値(モード) ……資料の中で最も出てくる値

<例題>

- (1) 41回以上45回未満の階級の階級値は？
式 $(41+45) \div 2 = 43$ A. 43
- (2) 49回以上53回未満の階級の相対度数は？
式 $3 \div 15 = 0.2$ A. 0.2
- (3) この15人の反復横跳びの結果について、
 - ① 中央値は？
15人は、奇数なので、小さい方から数えて、8番目 A. 52回
 - ② 最頻値は？
一番たくさん出ている値は、58回 A. 58回
 - ③ 平均値は？(記録から求めると…)
平均値 = $\frac{(37+38+39+42+44+50+52+53 \times 2 + 57+58 \times 3 + 62)}{15}$
= 46.7333…
A. 平均値は、約 46.7 回 となる。ここまでできれば、基本バッチリ！

これらの用語を覚えれば、バッチリです！

特に、平均値、中央値、最頻値は大切です！



14 次の記録は、ある中学校の生徒15人が反復横とびを20秒間行ったときの結果を、回数の少ない方から順に並べたものです。これを下の度数分布表に整理します。

記録		度数分布表	
回数(回)		階級(回)	度数(人)
37		以上 未満	
38		37 ~ 41	
39		41 ~ 45	
42		45 ~ 49	
44		49 ~ 53	
49		53 ~ 57	
50		57 ~ 61	ア
52		61 ~ 65	
53		合計	15
53			
57			
58			
58			
58			
62			

これを例に見てみると(全国学テ過去問)



・度数分布表の口にはまる度数から求めてみると、上から、3人、2人、0人、3人、2人、アの階級は4人、最後が、1人の合計15人。これをもとに、左の例題を考えてみよう。



練習問題

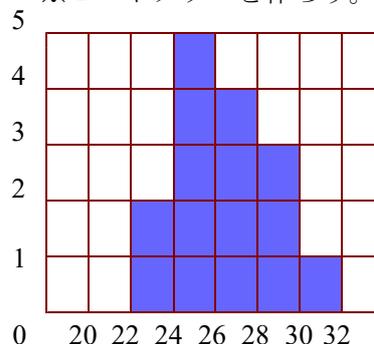
1 下の資料について、次の問に答えなさい。

30 27 25 26 28 29 25
26 22 22 25 26 28 25
25

※右の資料から、下の度数分布表を完成させよう。

階 級	度 数
以上 未満	
20 ~ 22	0
22 ~ 24	2
24 ~ 26	5
26 ~ 28	4
28 ~ 30	3
30 ~ 32	1
計	15

※ヒストグラムを作ろう。



- (1) この資料の範囲を求めなさい。
式 $30-22=8$ A. 8
- (2) 平均値を求めなさい。
上の数値から求めると、
式 $\frac{22 \times 2 + 25 \times 4 + 26 \times 3 + 27 + 28 \times 2 + 29 + 30}{15}$
= 24.266666… A. 約24.3
- (3) 中央値を求めなさい。
A. 小さい方から数えて8番目が答えだから、26
- (4) 最頻値を求めなさい。
A. 一番出現している値は、25だから、25
- (5) 3つの代表値から、この資料を考察しなさい。
A. (例) この資料は、3つの代表値がほぼ同じであることから、25あたりが平均になっている。
- (6) 階級が、28以上30未満の相対度数を求めなさい。
式 $3 \div 15 = 0.2$ A. 0.2

※ちなみに、「確認しよう！」の反復横跳びの資料は、3つの代表値が離れていることから、分析はその人によります。たとえば、このクラスは、49回以上飛んだ人がクラス全体の約67%、(10 ÷ 15) いるので、運動能力が高いなどと考えることもできます。

2年

数と式 式の計算



確認しよう！

☆確認しよう1

- ・単項式…項が1つの式 ($13x$, ab , $-5xy$ など)
- ・多項式…項が2つ以上の式 ($2x+3y$, $5a-b+1$ など)
- ・定数項…数だけの項
- ・単項式の次数…単項式でかけ合わされている文字の個数
- ・多項式の次数…次数の最も大きい項の次数
- ・同類項…文字の部分が同じである項 ($2x$ と $5x$, $3y$ と $-7y$ など)

<同類項をまとめる>

$$\begin{aligned} & 2x+7y+3x-4y \\ &= 2x+3x+7y-4y \\ &= 5x+3y \end{aligned}$$

<ダメー!!>

$$5x+3y=8xy \times$$

☆確認しよう2

$$\begin{aligned} & (3x+8y)+(x-3y) & \cdot (a+2b)-(4a+5b) & \cdot 3(x+5y)-2(3x-4y) \\ &= 3x+8y+x-3y & = a+2b-4a-5b & = 3x+15y-6x+8y \\ &= 3x+x+8y-3y & = a+4a+2b-5b & = 3x-6x+15y+8y \\ &= 4x+5y & = 5a-3b & = -3x+23y \end{aligned}$$

<分配法則です!>

$$a(b+c)=ab+ac$$



<ポイント!>

- ・ $+()$ は、そのまま $()$ をはずす!
- ・ $-()$ は、 $()$ 内の符号を変えて出す!

☆確認しよう3 (分数をふくむ式の計算)

・ $\frac{2x-y}{3} - \frac{x-4y}{2}$ を計算しなさい。

分子を1つのかたまりと考え、 $()$ をつける

$$\begin{aligned} &= \frac{(2x-y)}{3} - \frac{(x-4y)}{2} \\ &= \frac{2(2x-y)-3(x-4y)}{6} \\ &= \frac{4x-2y-3x+12y}{6} \\ &= \frac{x+10y}{6} \end{aligned}$$

$\frac{1}{3} - \frac{1}{2}$ の計算と同じなので、通分します。

分配法則を使い、 $()$ をはずし、同類項をまとめます。

<÷は×に直すといいかも!>

(1) $6ab \div \frac{2}{5}a = 6ab \times \frac{5}{2a} = 15b$

(2) $6a^2b \div 2a \times b = 6a^2b \times \frac{1}{2a} \times b = 3ab^2$

・ $\frac{2}{5}a$ の a は、分子!

・ 割り算は逆数にしてかけ算に!



練習問題

1 次の計算をしなさい。

(1) $(3x-5y)+(2x+4y)$
 $= 3x-5y+2x+4y$
 $= 3x+2x-5y+4y$
 $= 5x-y$

(2) $(8a-4b)-(6a-7b)$
 $= 8a-4b-6a+7b$
 $= 8a-6a-4b+7b$
 $= 2a+3b$

(3) $\frac{x-2y}{3} - \frac{2x-y}{4}$
 $= \frac{4(x-2y)-3(2x-y)}{12}$
 $= \frac{4x-8y-6x+3y}{12}$
 $= \frac{-2x-5y}{12}$

2 次の計算をしなさい。

(1) $3x \times (-6y)$
 $= -18xy$

(2) $5a \times (-2b)^3$
 $= 5a \times (-8b^3)$
 $= -40ab^3$

(3) $7xy^2 \div \frac{14}{5}x$
 $= \frac{7^1 x^1 y^2}{1} \times \frac{5}{14^2 x^1}$
 $= \frac{5}{2}y^2$

(4) $6xy^2 \div 2y \times (-3x)$
 $= \frac{6^3 xy^2}{1} \times \frac{1}{2^1 y^1} \times (-3x)$
 $= -9x^2y$

定着問題に
チャレンジ!



3 次の計算をしなさい。

(1) $(4x^2-6x-2)-(2x^2-x+4)$
 $= 4x^2-6x-2-2x^2+x-4$
 $= 4x^2-2x^2-6x+1x-2-4$
 $= 2x^2-5x-6$

(2) $\frac{a+b}{3} - \frac{2a-3b}{7}$
 $= \frac{7(a+b)-3(2a-3b)}{21}$
 $= \frac{7a+7b-6a+9b}{21}$
 $= \frac{a+16b}{21}$

(3) $15xy^3 \div 5xy \times 2x$
 $= \frac{15^3 x^1 y^3}{1} \times \frac{1}{5^1 x^1 y^1} \times \frac{2x}{1}$
 $= 6xy^2$



2年

数と式 式の活用

確認しよう！

☆確認しよう 式の表し方の例

例① 奇数・偶数

$$9 = 2 \times \underline{4} + 1$$

$$15 = 2 \times \underline{7} + 1$$

奇数 $\rightarrow 2 \times \underline{\text{整数}} + 1$

$$= 2n + 1$$

(nは整数)

同じように

偶数 $\rightarrow 2 \times \underline{\text{整数}}$

$$= 2m$$

(mは整数)

例② 2桁の整数

$$\underline{52} = 50 + 2$$

$$= 10 \times \underline{5} + \underline{2}$$

$$\underline{83} = 80 + 3$$

$$= 10 \times \underline{8} + \underline{3}$$

だから

十の位を x 、

一の位を y とすると

$$10 \times \underline{x} + \underline{y}$$

$$= 10 \underline{x} + \underline{y}$$

例③ 連続する2つの整数

8、9 は 8 $+1$ 9

13、14 は 13 $+1$ 14

だから連続する2つの整数の小さい数を n とすると

n $+1$ $n+1$

☆確認しよう
説明の問題は
右の手順で行おう

- (1) 使用する文字を決める
- (2) 表したい数量をその文字を用いて式で表す
- (3) (2) を用いて問題の式をつくり、最終的に説明したい式の形に表す
- (4) (3) の式の説明をして、問題に合うかどうか確認する

例題1) 奇数と偶数の和は奇数になることを説明しなさい。 例題2) 連続する2つの偶数の和は偶数になることを説明しなさい。

解答) m, n を整数とすると、 \leftarrow (1)
偶数は $2m$ 、奇数は $2n+1$ と表せる。 \leftarrow (2)
この2数の和は、
 $2m + (2n+1)$
 $= 2m + 2n + 1$
 $= 2(m+n) + 1$
 $m+n$ は整数だから、 $2(m+n) + 1$ は奇数である。
したがって、奇数と偶数の和は奇数である。 \leftarrow (4)

説明したい形に式を変形
することが大事だね。



解答) n を整数とすると、 \leftarrow (1)
連続する2つの偶数は、 $2n, 2n+2$ と表せる。 \leftarrow (2)
この2数の和は、
 $2n + (2n+2)$
 $= 4n + 2$
 $= 2(2n+1)$
 $2n+1$ は整数だから、 $2(2n+1)$ は偶数である。
したがって、連続する2つの偶数の和は偶数である。 \leftarrow (4)

練習問題

1. 奇数と奇数の和は偶数になります。この理由を、文字を用いて説明したものが次の通りです。[] に当てはまる適切な文字や数、語句を入れなさい。

m, n を整数とすると2つの奇数は $2m+1$ 、[ア $2n+1$] と表すことができる。
この2数の和は、 $(2m+1) + ([ア]) = [イ $2m+2n+2$] = 2([ウ $m+n+1$])
[ウ] は [エ 整数] だから、 $2([ウ])$ は [オ 偶数] である。
したがって、奇数と奇数の和は [オ] である。$

2. 連続する3つの偶数の和が6の倍数になることを太郎さんは次のように説明しました。

<太郎さんの説明>
 n を整数とすると、連続する3つの偶数は、
 $2n, 2n+2, 2n+4$ と表すことができる。
これらの和は、
 $2n + (2n+2) + (2n+4) = 6n + 6$
 $= 6(n+1)$
 $n+1$ は整数だから、 $6(n+1)$ は6の倍数である。
したがって、連続する3つの偶数の和は6の倍数である。

太郎さんの説明を読んだ花子さんは、
「 $6(n+1)$ の部分を変えると3の倍数になることも説明できるね。」と太郎さんに話しました。花子さんは [] の部分をどのような形で表したか答えなさい。
[$3 \times (\text{整数})$ の形で表す] $3(2n+2)$

3. 花子さんは、連続する3つの偶数の和以外の場合でも、何か計算結果に特徴がないか調べ、そのことを次のように説明しました。花子さんは、何について説明したか、「OOOOが.....になる」という形で答えなさい。

<花子さんの説明>
 n を整数とすると、連続する4つの奇数は、
 $2n+1, 2n+3, 2n+5, 2n+7$ と表すことができる。
これらの和は、
 $(2n+1) + (2n+3) + (2n+5) + (2n+7) = 8n + 16$
 $= 8(n+2)$
~続きは省略~

<花子さんが説明したいこと>
連続する4つの奇数の和 が
8の倍数 になること。

数と式 等式の変形



確認しよう！

☆ 等式の変形のポイント

- ・目的に応じて、等式を変形すること
- たとえば、

$2x + y = 5$ という等式があるとき、 $x = 3$ のときの y の値を求めるとき、
 $y = 5 - 2x$ ……① と等式を変形し、①に $x = 3$ を代入すると計算が便利！！
 $y = 5 - 2 \times 3$
 $y = 5 - 6$
 $y = -1$ となる。このように、 $2x + y = 5$ を
 $y = 5 - 2x$ と変形することを「 y について解く」という。

☆ 文字について解くためのコツ！

- (1) 解きたい文字は、左辺へ
- (2) 解きたい文字から離れているもの(+, -)を移項
- (3) 解きたい文字にくっついているもの(×, ÷)をなくす
- (4) かっこは、できるだけ先に外さない

方程式のように解こう！



たとえば、[]の中の文字について解くとき、

$y = 12 - 2x$ [x] $2x = 12 - y$ ……(1) $x = \frac{12 - y}{2}$ ……(3)	$2(x + y) = 30$ [y] $x + y = \frac{30}{2}$ ……(4)と(3) $y = 15 - x$ ……(2)	$S = \frac{\pi r^2 x}{360}$ [x] $\frac{\pi r^2 x}{360} = S$ ……(1) $\pi r^2 x = 360S$ ……(3) $x = \frac{360S}{\pi r^2}$ ……(3)
--	---	--

練習問題

1 ()内の文字について解きなさい。

(1) $x + y = 5$ (y)
 $y = 5 - x$

(2) $2x + 3y = 7$ (x)
 $2x = 7 - 3y$
 $x = \frac{7 - 3y}{2}$

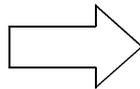
(3) $2(a + b) = \ell$ (a)
 $a + b = \frac{\ell}{2}$
 $a = \frac{\ell}{2} - b$

(4) $xy = 10$ (y)
 $y = \frac{10}{x}$

(5) $5ab = V$ (b)
 $b = \frac{V}{5a}$



さあ、これで完璧だ！



2 ()内の文字について解きなさい。

(1) $a + 2b = 3$ (a)

(2) $3x - 2y = 6$ (y)
 $-2y = 6 - 3x$
 $y = \frac{6 - 3x}{-2}$
 $y = \frac{-6 + 3x}{2}$

(3) $2(a + 3b) = \ell$ (a)
 $a + 3b = \frac{\ell}{2}$
 $a = \frac{\ell}{2} - 3b$

(4) $V = \pi r^2 h$ (h)
 $\pi r^2 h = V$
 $h = \frac{V}{\pi r^2}$

(5) $\frac{2a + b}{5} = y$ (b)
 $2a + b = 5y$
 $b = 5y - 2a$

数と式 連立方程式



確 認 し よ う !

☆ 連立方程式のポイント

(1) 連立方程式の解とは？

方程式①と②の両方とも成り立たせる x, y の値の組を求めるとき、これらの方程式を組にして、次のように表す。

$$\begin{cases} 3x + 2y = 15 \quad \dots ① \\ x + y = 7 \quad \dots ② \end{cases}$$

このように、方程式を組にしたものを連立方程式という。また、これらの方程式を両方とも成り立たせる文字の値の組をその連立方程式の解といい、解を求めることを、その連立方程式を解くという。



< 思いだそう!! >

方程式…まだわかっていない数
を表す文字を含む等式

方程式の解
…方程式を成り立たせる
文字の値

(2) 連立方程式の解き方

※基本的には、2つの文字のどちらかを消去し、1年生のときに習った方程式にすると解くことができる。その代表的な方法が、加減法と代入法である。

① 加減法

次の連立方程式解きなさい。

$$\begin{cases} 2x + 5y = 11 \quad \dots ① \\ -2x + y = 7 \quad \dots ② \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{< 解 >} \\ ① + ② \text{を計算する。} \\ 2x + 5y = 11 \\ + \quad -2x + y = 7 \\ \hline 6y = 18 \\ y = 3 \end{array}$$

ポイントは、①、②の式を操作して、どちらかの文字をなくす!!



$$\begin{array}{l} y = 3 \text{を} ② \text{に代入すると、} \\ -2x + 3 = 7 \\ -2x = 7 - 3 \\ -2x = 4 \\ x = -2 \end{array}$$

よって、 $x = -2, y = 3$ となる。

② 代入法

次の連立方程式解きなさい。

$$\begin{cases} x = y + 5 \quad \dots ① \\ 2x + y = 7 \quad \dots ② \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{< 解 >} \\ ② \text{に} ① \text{を代入する。} \\ 2(y + 5) + y = 7 \\ 2y + 10 + y = 7 \\ 2y + y = 7 - 10 \\ 3y = -3 \\ y = -1 \end{array}$$

ポイントは、②の x のところに、 $x = y + 5$ を代入する!



$$\begin{array}{l} y = -1 \text{を} ① \text{に代入する。} \\ x = -1 + 5 \\ x = 4 \end{array}$$

よって、 $x = 4, y = -1$ となる。

練 習 問 題

□ 次の連立方程式を解きなさい。

(1) $\begin{cases} x + 3y = 1 \quad ① \\ -x + 2y = 4 \quad ② \end{cases}$

①+②

$$\begin{array}{r} x + 3y = 1 \\ +) -x + 2y = 4 \\ \hline 5y = 5 \\ y = 1 \end{array}$$

$y = 1$ を①に代入する。

$$\begin{array}{r} x + 3 \times 1 = 1 \\ x + 3 = 1 \\ x = 1 - 3 \\ x = -2 \end{array}$$

よって、 $x = -2, y = 1$

(2) $\begin{cases} x + 2y = 2 \quad ① \\ 2x + 3y = -1 \quad ② \end{cases}$

①×2-②

$$\begin{array}{r} 2x + 4y = 4 \\ -) 2x + 3y = -1 \\ \hline y = 5 \end{array}$$

$y = 5$ を①に代入する。

$$\begin{array}{r} x + 2 \times 5 = 2 \\ x + 10 = 2 \\ x = 2 - 10 \\ x = -8 \end{array}$$

よって、 $x = -8, y = 5$

(3) $\begin{cases} x = -2y \quad ① \\ 3x + y = 10 \quad ② \end{cases}$

①を②に代入する。

$$\begin{array}{r} 3 \times (-2y) + y = 10 \\ -6y + y = 10 \\ -5y = 10 \\ y = -2 \end{array}$$

$y = -2$ を①に代入する。

$$\begin{array}{r} x = -2 \times (-2) \\ x = 4 \end{array}$$

よって、 $x = 4, y = -2$

(4) $\begin{cases} 3x + 2y = 9 \quad ① \\ y = 4x - 1 \quad ② \end{cases}$

②を①に代入する。

$$\begin{array}{r} 3x + 2 \times (4x - 1) = 9 \\ 3x + 8x - 2 = 9 \\ 3x + 8x = 9 + 2 \\ 11x = 11 \\ x = 1 \end{array}$$

$x = 1$ を②に代入する。

$$\begin{array}{r} y = 4 \times 1 - 1 \\ y = 4 - 1 \\ y = 3 \end{array}$$

よって、 $x = 1, y = 3$



2年

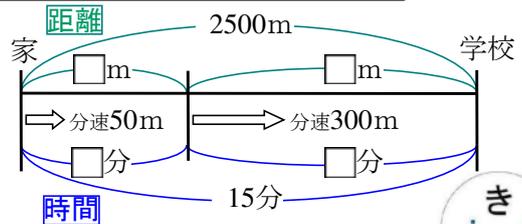
数と式 連立方程式の活用

確認しよう！

☆確認しよう 方程式を用いて考える手順・・・2つの文字を使って連立方程式でも同じように進めよう。

- (1) 求めたい数量を明らかにして、どの数量を文字で表すかを定める
- (2) 等しい関係にある数量関係を見つけて、方程式を作る
- (3) 方程式を解く
- (4) 求めた解が問題に適しているかを確認する

(例題) 家から2500m離れた学校へ行くとき、はじめは分速50mで歩いていたら、遅刻しそうになったので分速300mで走ると、出発してから15分で学校についた。歩いた距離と走った距離をそれぞれ求めなさい。



右のように図や線分図などをかいて、どの数量を文字で表して方程式を作るかを考えよう。



解き方①

歩いた距離を a m, 走った距離を b m とすると、次のような連立方程式になる。

$$\begin{cases} a + b = 2500 \cdots \text{距離①} \\ \frac{a}{50} + \frac{b}{300} = 15 \cdots \text{時間②} \end{cases}$$

これを解いて、それぞれの距離を求める。

解き方②

歩いた時間を x 分走った時間を y 分とすると、次のような連立方程式になる。

$$\begin{cases} 50x + 300y = 2500 \cdots \text{距離①} \\ x + y = 15 \cdots \text{時間②} \end{cases}$$

これを解くとそれぞれの時間が求められる。その結果からさらに距離を求める。

練習問題

1. (例題) の歩いた距離と走った距離をそれぞれ求めなさい。

解き方①

①の式を300倍して、 $6a + b = 4500$ に変形して加減法で解くと、 $a = 400$, $b = 2100$ となる。このとき、問題に適するので、
歩いた距離 400m, 走った距離 2100m

解き方②

上の連立方程式を加減法で解くと、 $x = 8$, $y = 7$ となる。このとき、
歩いた距離は $50x = 50 \times 8 = 400$
走った距離は $300y = 300 \times 7 = 2100$ は問題に適する。
歩いた距離 400m, 走った距離 2100m

2. ハンバーガーとフライドポテトを合わせて400個つくった。そのうち、ハンバーガーは90%, フライドポテトは80%が売れ、合わせて344個売れた。売れた個数はどちらの方が多いかを方程式を用いて考えたい。何を文字でおくのか示して、方程式を作りなさい。

解き方① 作ったハンバーガーを a 個, フライドポテトを b 個とすると、方程式は

$$\begin{cases} a + b = 400 \cdots \text{作った数①} \\ \frac{90}{100}a + \frac{80}{100}b = 344 \cdots \text{売れた数②} \end{cases}$$

②を10倍して $9a + 8b = 3440$ に変形して加減法で解くと、 $a = 240$, $b = 160$

売れた個数は ハ... $\frac{90}{100}a = \frac{90}{100} \times 240 = 216$
フ... $\frac{80}{100}b = \frac{80}{100} \times 160 = 128$

解き方② 売れたハンバーガーを x 個, フライドポテトを y 個とすると、方程式は

$$\begin{cases} \frac{100}{90}x + \frac{100}{80}y = 400 \cdots \text{作った数①} \\ x + y = 344 \cdots \text{売れた数②} \end{cases}$$

①の式を72倍して $80x + 90y = 28800$ に変形して加減法で解くと、 $x = 216$, $y = 128$

よって、**売れた個数はハンバーガー 216個**
フライドポテト 128個

どちらの連立方程式が作りやすいか。どちらの方が解きやすいかを考えて式を作ろう。





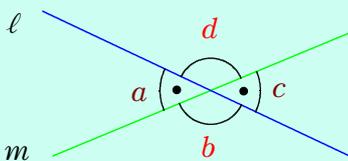
確認しよう！

☆確認しよう ①

下の図のように、2直線 l, m が交わってできる4つの角のうち、

$\angle a$ と $\angle c$ 、 $\angle b$ と $\angle d$ のように

向かい合う角を対頂角といいます。

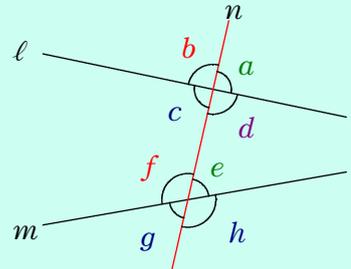


☆確認しよう ②

右の図のように、2直線 l, m に1つの直線 n が交わってできる角で、

$\angle a$ と $\angle e$ 、 $\angle b$ と $\angle f$ 、 $\angle c$ と $\angle g$ 、 $\angle d$ と $\angle h$

のような位置にある2つの角を同位角といいます。



$\angle c$ と $\angle e$ 、 $\angle d$ と $\angle f$ 、

のような位置にある2つの角を錯角といいます。

対頂角は等しいよ！

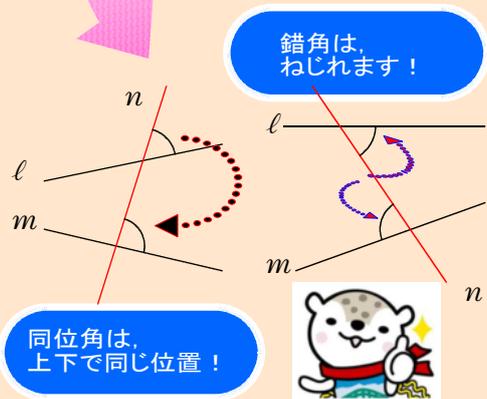
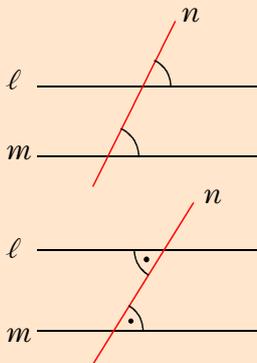


☆確認しよう ③

2直線に1つの直線が交わるとき、

- ① 2直線が平行ならば、**同位角**は等しい。
- ② 2直線が平行ならば、**錯角**は等しい。

※同位角や錯角が等しければ、2直線は平行です！



錯角は、ねじれます！

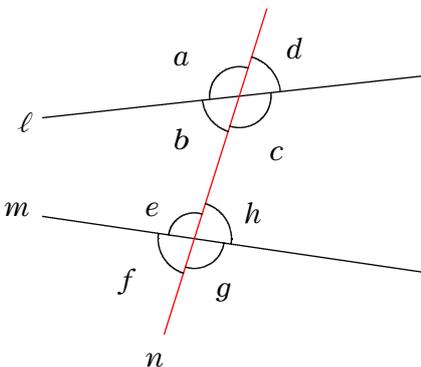
同位角は、上下で同じ位置！



練習問題

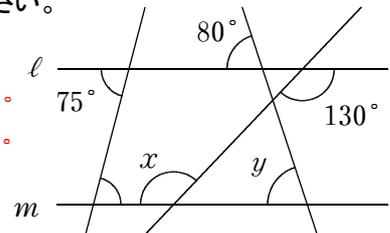
1 下の図を見て、次の問に答えなさい。

- (1) $\angle a$ の対頂角を求めなさい。 $\angle c$
- (2) $\angle b$ の同位角を求めなさい。 $\angle f$
- (3) $\angle c$ の錯角を求めなさい。 $\angle e$



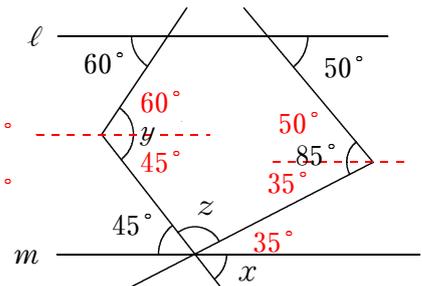
2 右の図を見て、次の問に答えなさい。

- ただし、 $l \parallel m$ である。
 - (1) $\angle x$ の大きさを求めなさい。 130°
 - (2) $\angle y$ の大きさを求めなさい。 80°
- $\angle x$ は、 130° の錯角
 $\angle y$ は、 80° の同位角



3 右の図を見て、次の問に答えなさい。

- ただし、 $l \parallel m$ である。
 - (1) $\angle x$ の大きさを求めなさい。 45°
 - (2) $\angle y$ の大きさを求めなさい。 105°
 - (3) $\angle z$ の大きさを求めなさい。 100°
- $\angle x$ は、 45° の対頂角
 $\angle y$ は、 $(60^\circ + 45^\circ) \dots$ 錯角
 $\angle z$ は、 $180^\circ - (45^\circ + 35^\circ)$



図形 多角形の内角と外角



確 認 し よ う !

☆ 多角形の内角と外角のポイント

- (1) 三角形の内角の和と外角
- ・三角形の内角の和は 180°
(平行線の性質を利用する 別プリア参照)
すると、右の図のようになり、三角形の外角について、

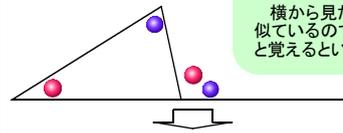
- ・三角形の外角は、それと隣り合わない2つの内角の和に等しい。

- (2) 多角形の内角の和と外角の和
- ・ n 角形の内角の和は、 $180^\circ \times (n-2)$ です。
※ n 角形の中に三角形が $(n-2)$ 個できるからだよ!

- ・ n 角形の外角の和は、 360° です。
※ n 角形の n 個の頂点には、 n 個の 180° ができています。
そこから、 n 角形の内角の和 $\cdots 180^\circ \times (n-2)$ を引くと……

$$\begin{aligned} & 180 \times n - \{ 180 \times (n-2) \} \\ & = 180n - 180n + 360 \\ & = 360 \end{aligned}$$

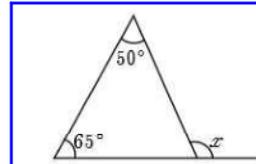
となり、 n 角形の外角の和は、 360° となる。



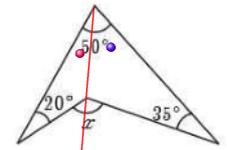
横から見たスリッパの形に似ているので、「スリッパのきまり」と覚えるといいよ!



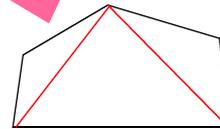
そうすると、こんな問題が簡単に解けるよ!



スリッパを使うと
 $50^\circ + 65^\circ = 115^\circ$
と簡単に求めることができる!

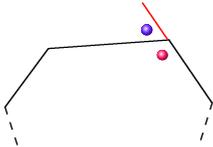


赤の補助線を引くと、左と右にスリッパができて、これを利用する。
 $(\text{赤} + \text{青}) = 50^\circ$
 $(\text{赤} + 20^\circ) + (\text{青} + 35^\circ) = x$
だから、結局中の3つの角をたせばよいのです。
 $x = 20^\circ + 50^\circ + 35^\circ$
 $= 105^\circ$



このように、五角形の中には、三角形が3個: $(5-2)$ 個できていますよ!

だから、例えば、十二角形の内角の和は、中に三角形が10個 $(12-2=10)$ できているから、 $180^\circ \times 10 = 1800^\circ$ となるんだ!



このように、一つの頂点に内角と外角を合わせた 180° が、 n 角形には n 個できていますよ!



練 習 問 題

次の問に答えなさい。

- (1) 十角形の内角の和は何度?
式 $180 \times (10-2) = 1440$ A. 1440°

- (2) 正八角形の一つの内角は何度?
式 $180 \times (8-2) = 1080$
 $1080 \div 8 = 135$ A. 135°

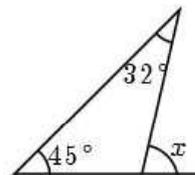
- (3) 内角の和が 720° になるのは、何角形?
式 $180 \times (n-2) = 720$
 $180n - 360 = 720$
 $180n = 1080$
 $n = 6$ A. 六角形

- (4) 正十二角形の一つの外角は何度?
式 $360 \div 12 = 30$ A. 30°

- (5) 一つの外角が 6° の正多角形は何角形?
式 $360 \div 6 = 60$ A. 正六十角形

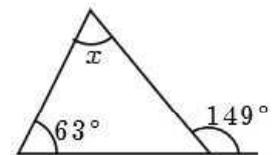
次の $\angle x$ の大きさを求めなさい。

- (1) (2)



$$(1) \begin{aligned} x &= 32 + 45 \\ &= 77 \end{aligned}$$

A. 77°



$$(2) \begin{aligned} x + 63 &= 149 \\ x &= 149 - 63 \\ &= 86 \end{aligned}$$

A. 86°



確 認 し よ う !

☆「証明」とは何か理解しよう！

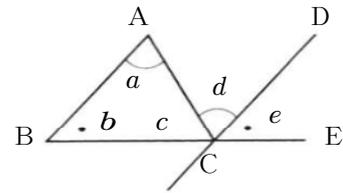
証明・・・あることがらが正しいことを、すでに正しいと認められたことがらを根拠として、筋道を立てて説明すること

たとえば、あることがら「三角形の内角の和は 180° である」が正しいことを、すでに正しいと認められたことがら「平行線の同位角は等しい」、「平行線の錯角は等しい」を根拠として、次のように筋道立てて説明することができる。

右の図のように、 $\triangle ABC$ の頂点 C から、辺 AB に平行な直線 CD をひく。また、辺 BC を延長した直線上に点 E をとる。

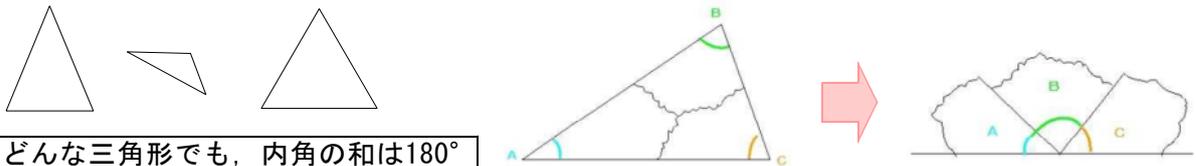
このとき、 $AB \parallel DC$ で、
 平行線の錯角は等しいから、
 $\angle a = \angle d$ ①
 平行線の同位角は等しいから、
 $\angle b = \angle e$ ②

「根拠」
 すでに正しいと
 認められたことがら



①, ②から、三角形の内角の和は、
 $\angle a + \angle b + \angle c = \angle d + \angle e + \angle c$
 $= 180^\circ$

このように証明されたことは、どんな三角形についても内角の和は 180° であることを示したことになる。つまり、1つ1つの角の大きさや辺の長さがどんな値でも、三角形ならば内角の和は 180° であるといえる。そして、証明されたことは、新たに図形の性質を証明する際に、根拠として用いることができる。



どんな三角形でも、内角の和は 180°

注意 小学校では、三角形の3つの角を分度器ではかったり、紙に書いた三角形をはさみで切り角を頂点のまわりに集めたりして、三角形の内角の和が 180° であることを確かめた。このように、実測や実験で確かめた場合、そのときに使った三角形では 180° になることはいえるが、他の三角形でも 180° になるとはいえないため、**証明したことにはならない**。また、正三角形は、1つの角が 60° だから、 $60^\circ \times 3 = 180^\circ$ である。しかし、この説明は正三角形という特別な形のための説明であって、正三角形以外の三角形の内角の和も 180° になるかどうかは、わからないため、**これも証明したことにはならない**。

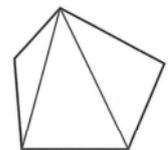
練 習 問 題

「五角形の内角の和は 540° であること」について、次の①, ②, ③のように説明した。このなかで、証明といえるものはどれか、選びなさい。

① 分度器で5つの角をはかると、それぞれ 80° , 100° , 110° , 120° , 130° だった。
 $80^\circ + 100^\circ + 110^\circ + 120^\circ + 130^\circ = 540^\circ$ だから、五角形の内角の和は 540° である。

② 右の図のように、1つの頂点から対角線をひくと、3つの三角形に分けることができる。1つの三角形の内角の和は 180° だから、五角形の内角の和は $180^\circ \times 3 = 540^\circ$ である。

③ 正五角形の1つの内角は 108° である。 $108^\circ \times 5 = 540^\circ$ だから、五角形の内角の和は 540° である。





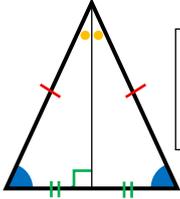
2年

図形 三角形と四角形

確認しよう！

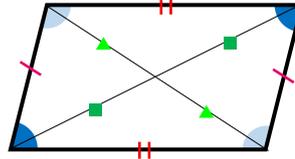
☆確認しよう 二等辺三角形と平行四辺形の性質

◎二等辺三角形の性質



- ①二等辺三角形の底角は等しい
- ②二等辺三角形の頂角の二等分線は底辺を垂直に2等分する

◎平行四辺形の性質



- ①2組の対辺はそれぞれ等しい
- ②2組の対角はそれぞれ等しい
- ③対角線はそれぞれの中点で交わる

☆図形の性質を使って証明してみよう！

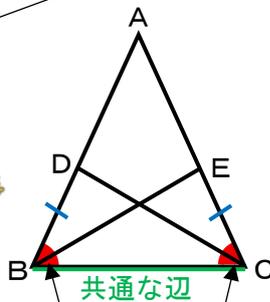
問題

$AB = AC$ の二等辺三角形 ABC で、辺 AB 、辺 AC 上に、 $DB = EC$ となるように D 、 E をとる。このとき、 $DC = EB$ を証明しなさい。

辺 DC と辺 EB を含む2つの三角形を図から見つけて証明しよう！今回は $\triangle DBC \cong \triangle ECB$ を証明すれば良いね！



問題文に書かれている内容は仮定として、証明の理由に用いて良い！



二等辺三角形の底角は等しい

<証明>

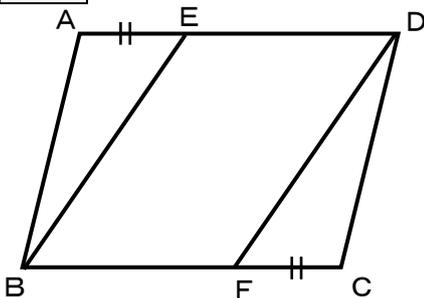
$\triangle DBC$ と $\triangle ECB$ で
 仮定より $DB = EC \dots ①$
 共通な辺だから $BC = CB \dots ②$
 $AB = AC$ より二等辺三角形の底角は等しいから
 $\angle DBC = \angle ECB \dots ③$
 ①、②、③より
 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから
 $\triangle DBC \cong \triangle ECB$
 合同な図形の対応する辺は等しいから
 $DC = EB$

練習問題

1 平行四辺形 $ABCD$ で辺 AD 、 BC 上に $AE = CF$ となるように点 E 、 F をとる。このとき、次の問いに答えなさい。

(1) $BE = DF$ であることを次のように証明した。空らんをうめて証明を完成させなさい。

図1

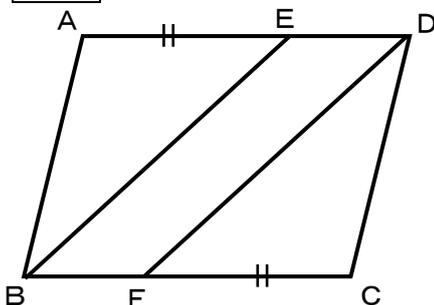


<証明>

$\triangle ABE$ と $\triangle CDF$ で
 (仮定より) $AE = CF \dots ①$
 (平行四辺形の対辺) は等しいから $AB = CD \dots ②$
 (平行四辺形の対角) は等しいから $\angle A = \angle C \dots ③$
 ①、②、③より
 (1組の辺とその両端の角) がそれぞれ等しいから
 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$
 合同な図形の対応する辺は等しいから
 $BE = DF$

(2) 図1の証明をしたあと、点 E 、 F の位置を図2のように変えても、 $BE = DF$ になるか考えたところ、太郎さんの学級では次のア～エの意見が出ました。ア～エの中から正しいものを1つ選びなさい。

図2



- ア 図2の場合も、 $BE = DF$ であることは、すでに前の問題の証明で示されている。
- イ 図2の場合、 $BE = DF$ であることを、改めて証明する必要がある。
- ウ 図2の場合、 $BE = DF$ であることを、それぞれ辺の長さを測って確認しなければならない。
- エ 図2の場合、 $BE = DF$ ではない。

1次関数 表から式を求める



確 認 し よ う !

☆ 1次関数とは

(1) y が x の関数で、 y が x の1次式、すなわち、 $y = ax + b$ (a, b は定数、ただし、 $a \neq 0$)で表されるとき、 y は x の1次関数であるという。

(2) 表の特徴
 <例> $y = 3x + 2$ を表に表すと

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	-7	-4	-1	2	5	8	11	...

Diagram showing differences: x increases by 1, y increases by 3. From $x=0$ to $x=-3$, y increases by 6.

1次関数では
 x が1増加したとき
 y の変化する数は
 いつも同じになるよ!



- x が1増加すると y は3増加し、これは、 $y = 3x + 2$ の「3」
- $x = 0$ のときの $y = 2$ は、 $y = 3x + 2$ の「2」
- x が2増加すると y は6増加し、 x が1増加したとき、 y の増加量を計算すると
 $6(y\text{の増加量}) \div 2(x\text{の増加量}) = \frac{6(y\text{の増加量})}{2(x\text{の増加量})} = 3$ となり、一定になっている。
 この x の増加量に対する y の増加量を「変化の割合」という。
 1次関数 $y = ax + b$ の場合、 a の値となる。変化の割合 = $\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}} = a$

練 習 問 題

1 下の1次関数の表について次の問いに答えなさい。

x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
y	...	32	28	24	20	16	12	8	4	0	...

- x が1から4まで変化したときの x の増加量を求めなさい。 答え $4 - 1 = 3$
- そのときの y の増加量を求めなさい。 答え $0 - 12 = -12$
- 変化の割合を求めなさい。 答え $\frac{-12}{3} = -4$
- この表における1次関数の式を求めなさい。 答え (3)より $a = -4$, $x = 0$ のときの $y = 16$ よって $b = 16$
 $y = -4x + 16$

2 次の1次関数の表から式を求めなさい。

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	12	9	6	3	0	-3	-6	...

答え $x = 0$ のとき $y = 3$ よって $b = 3$
 x が1増加すると y は-3増加 よって $a = -3$
 式は $y = -3x + 3$

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	-8	-13	-18	-23	-28	-33	-38	...

答え $x = 0$ のとき $y = -23$ よって $b = -23$
 x が1増加すると y は-5増加 よって $a = -5$
 式は $y = -5x - 23$

x	...	-3	-1	1	3	...
y	...	-7	3	13	23	...

答え x が2増加すると y は10増加。 $a = \frac{10}{2} = 5$
 $y = 5x + b$ に(1,13)を代入すると
 $13 = 5 + b$ $b = 8$ 式は $y = 5x + 8$

x	...	-5	1	...
y	...	14	2	...

答え x が6増加すると y は-12増加。 $a = \frac{-12}{6} = -2$
 $y = -2x + b$ に(1,2)を代入すると
 $2 = -2 + b$ $b = 4$ 式は $y = -2x + 4$

1次関数 グラフ

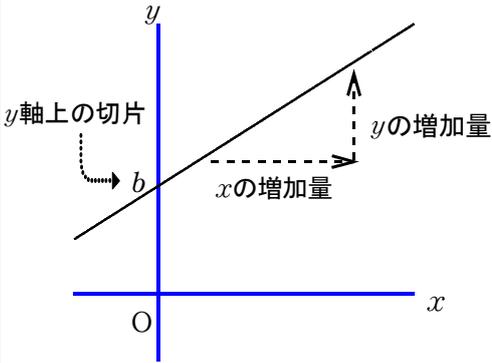


確 認 し よ う !

☆ 1次関数のグラフ

1次関数 $y = ax + b$ のグラフは、傾きが a 、 y 軸との切片が b の直線である。

a は、表では、「変化の割合」、グラフでは、「傾き」というよ!



<傾き: a >

$$a = \frac{\text{上(下)へ進む数}}{\text{右へ進む数}} = \frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}} = \text{変化の割合} = \text{傾き}$$

< y 軸上の切片: b >

グラフと y 軸上の交点が $(0, b)$

<1次関数 $y = ax + b$ の特徴>

- ① a が正の数 のとき、右上がりの直線になる。
- ② a が負の数 のとき、右下がりの直線になる。

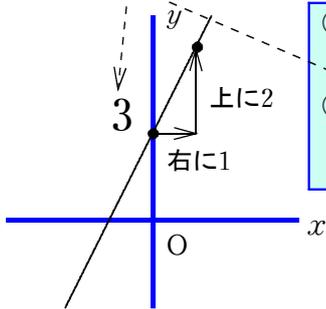
1次関数のグラフは、直線なので、グラフが通る2点を見つければ、かけるよ!!

最初に b 次に a で、OK!



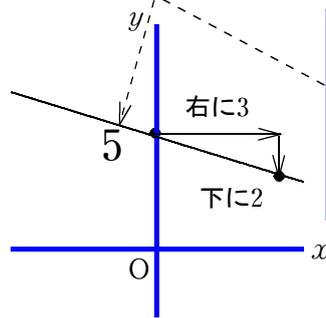
例えば、

(1) $y = 2x + 3$



- ① y 軸上の切片は3 $(0, 3)$
- ② 傾きは2, $2 = \frac{\text{上に2}}{\text{右に1}}$

(2) $y = -\frac{2}{3}x + 5$



- ① y 軸上の切片は5 $(0, 5)$
- ② 傾きは $-\frac{2}{3}$, $-\frac{2}{3} = \frac{\text{下に2}}{\text{右に3}}$

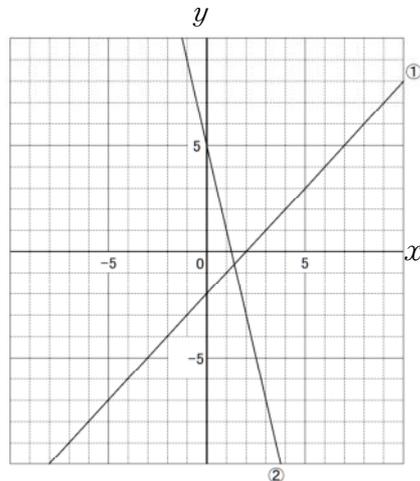
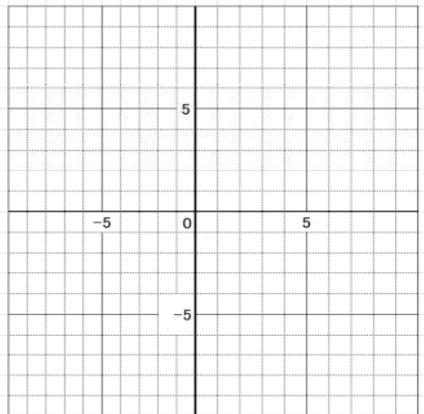
傾きが分数のときは、簡単です! 分母が右 分子が上下!



練 習 問 題

1 下の①~④の1次関数のグラフをかきなさい。 2 下の①, ②のグラフから式を求めなさい。

- ① $y = 3x + 1$ ② $y = -2x + 4$
- ③ $y = \frac{1}{2}x - 3$ ④ $y = -\frac{2}{3}x + 5$



1次関数 1次関数と方程式



確 認 し よ う !

☆ 1次関数と2元1次方程式

(1)

2元1次方程式 $2x - y = -4$ を y について解くと、
 $y = 2x + 4$ となるから y は x の1次関数と見ることができる。

2元1次方程式の
 グラフは、1次関
 数と同様に
 直線になるよ!

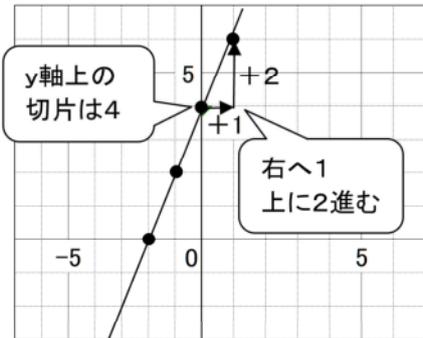


(2) 2元1次方程式のグラフのかきかた
 方程式 $2x - y = -4$ のグラフをかいてみよう

y について解くと

$$\begin{aligned} 2x - y &= -4 \\ -y &= -2x - 4 \\ y &= 2x + 4 \end{aligned}$$

したがって、傾きが2、切片が4の直線のグラフになる。
 傾きが2なので、
 右へ1進むと(x の増加量)、上に2進む(y の増加量)



(3) 連立方程式とグラフ

x, y についての連立方程式の解は、それぞれの方程式のグラフの
 交点の x 座標, y 座標の組である。

— ということは —

2直線の交点の座標は、2つの直線の式を組にした連立方程式
 を解いて求めることができる。

グラフの交点は
 連立方程式を使
 って求めること
 ができるよ!



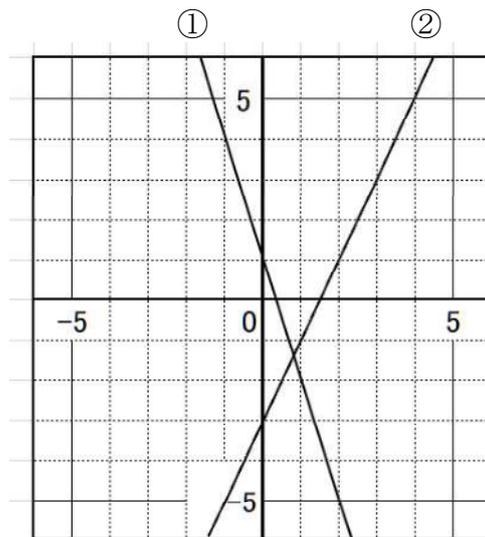
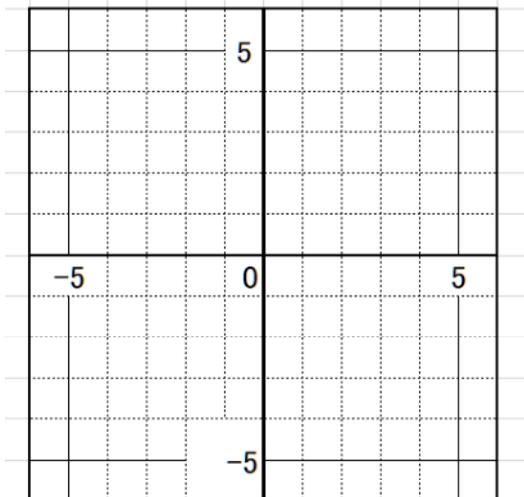
練 習 問 題

1 ①～②の直線の方程式のグラフをかきなさい

2 下の図の2直線の交点Pの座標を求めなさい

① $x + 3y = 12$

② $2x - 3y = 9$



資料の活用 確率



確 認 し よ う !

☆ 確率を求めるときのポイント

(1) 確率の求め方

確率の求め方

起こりうるすべての場合が n 通りで、そのどれが起こることも同様に確からしいとする。そのうち、ことがらAの起こる場合が a 通りあるとき、

ことがらAの起こる確率 p は、 $p = \frac{a}{n}$

□ サイコロ



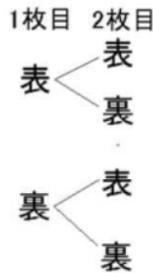
・サイコロを2個振る問題は、表を作ると便利！！

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

□ 硬貨(コイン)



・硬貨の問題は、樹形図を作ると便利！！



□ カード



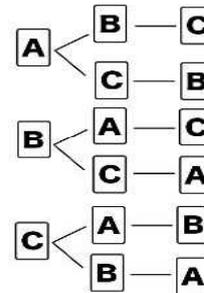
・カードの問題は、樹形図を作ると便利！！

□ 玉(球, ボール)

・玉の問題は、樹形図を作ると便利！！



1枚 2枚 3枚



これが樹形図だ！



練 習 問 題

□ 大小2つのさいころを同時に投げるとき、次の問いに答えなさい。ただし、どちらのさいころも1から6までの出方は、同様に確からしいものとします。

(1) 起こりうるすべての場合は何通りありますか。

(2) 出る目の和が6になる場合は何通りありますか。

(3) 出る目の和が6になる確率を求めなさい。

(5) 出る目の和が、3以下になる確率を求めなさい。

□ 1から10までの数字が1つずつ書かれた10枚のカードがあります。この10枚のカードから1枚のカードをひくとき、カードに書かれた数字が奇数である確率を求めなさい。

□ 袋の中に、同じ大きさの青玉5個と赤玉3個の合計8個の玉が入っています。この袋の中から玉を1個取り出すとき、それが赤玉である確率を求めなさい。

□ 2枚の硬貨A,Bを同時に投げるとき、1枚が表、もう1枚が裏が出る確率を求めなさい。ただし、硬貨の表と裏の出方は、同様に確からしいものとします。

データの分析 データの散らばり

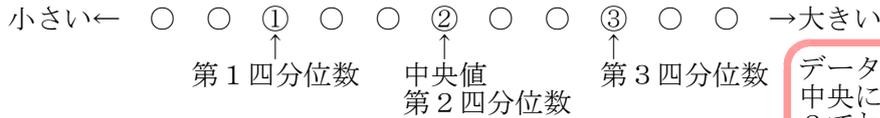


確認しよう！

☆四分位数と四分位範囲

用語と意味を確実に押さえよう

四分位数……データを小さい順に並べ、4等分したとき、3つの区切りの値
小さい方から、第1四分位数、中央値(第2四分位数)、第3四分位数という。



データが偶数個の場合は、
中央に並ぶ2つの値の合計を
2でわった値だよ。

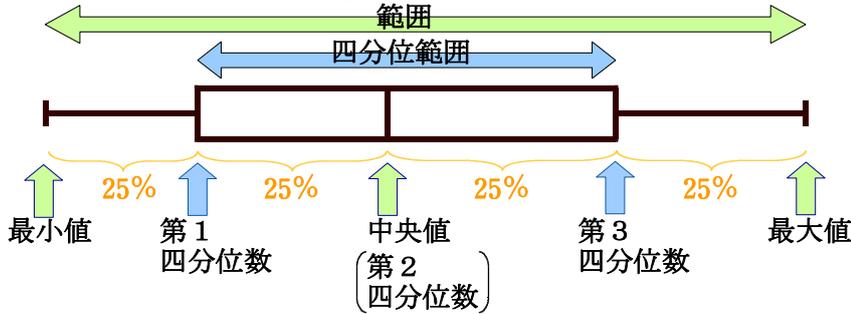
四分位範囲……第3四分位数から第1四分位数をひいた差の値
(四分位範囲) = (第3四分位数) - (第1四分位数)

「範囲」は最大値から最小値を引いた差の値だったね



☆箱ひげ図

データの分布を示すために、最小値や最大値、四分位数を
下のように表した図を箱ひげ図という。



練習問題

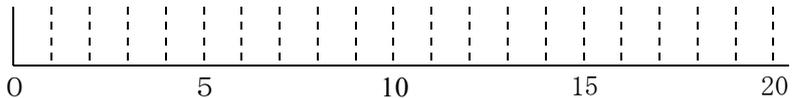
1 次の資料は、ある部活動の部員全員の懸垂(けんすい)の記録である。次の問に答えなさい。

2	4	5	8	9	10	12	18	20
---	---	---	---	---	----	----	----	----

(1) 次の値を求めなさい。

- ①第1四分位数 ②第2四分位数(中央値) ③第3四分位数 ④四分位範囲

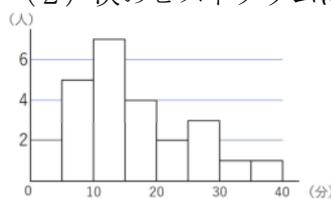
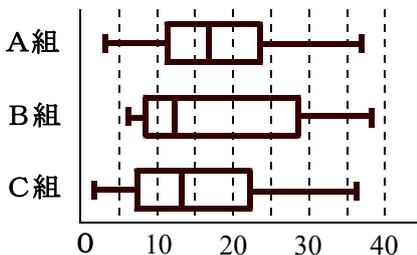
(2) 箱ひげ図をかきなさい。



2 下の箱ひげ図は、A組からC組の25名の生徒の通学時間を表したものです。このとき、次の問いに
当てはまる学級をAからC組の中から選びなさい。

(1) 四分位範囲が一番大きいもの _____

(2) 次のヒストグラムに対応するもの _____



式の計算 多項式の乗法と除法



確 認 し よ う !

☆多項式と単項式の乗法, 除法のポイント

(1) 分配法則を使って展開しよう

- ・(単項式) × (多項式) は分配法則を使って計算する
- ・(多項式) ÷ (単項式) は分数の形に表すか, 割る数を逆数にしてかける
- ・(多項式) × (多項式) は右のように計算をして, 同類項はまとめる

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

(2) 乗法公式を使って効率よく展開しよう

公式を忘れたときは, 分配法則だ!

① $(x+a)(x+b)$ $= x^2 + (a+b)x + ab$ 和 積	② $(x+a)^2$ $= x^2 + 2ax + a^2$ ↑ x の項を忘れない! ↑	③ $(x-a)^2$ $= x^2 - 2ax + a^2$	④ $(x+a)(x-a)$ $= x^2 - a^2$
--	--	------------------------------------	---------------------------------



(3) 複雑な式も違う文字に置き換えて乗法公式にあてはめよう。

例えば, $(3x+2)(3x+4)$ $3x = X$ とおくと $= (X+2)(X+4)$ $= X^2 + (2+4)X + 2 \times 4$ $= X^2 + 6X + 8$ Xを戻して $= (3x)^2 + 6 \times 3x + 8$ $= 9x^2 + 18x + 8$	$(a+b-4)(a+b+4)$ $a+b = A$ とおくと $= (A-4)(A+4)$ $= A^2 - 4^2$ $= A^2 - 16$ Aを戻して $= (a+b)^2 - 16$ $= a^2 + 2ab + b^2 - 16$
---	--

符号のミスがないように, 注意しよう!



練習問題

1 (1)と(8)は計算をしなさい。それ以外は展開しなさい。

(1) $(18x^2 - 15xy) \div (-3x)$ (2) $(x+5)(x+2)$ (3) $(x-3)^2$

(4) $(a-4)(a-10)$ (5) $(4x-3)(4x+2)$ (6) $(5x-3y)(5x+3y)$

(7) $(x-y-3)(x-y+5)$ (8) $(x-7)(x+5) - (x-3)(x+3)$



式の計算 因数分解

確認しよう！

☆因数分解とは
・因数分解は式の展開を逆にみたもの

$$(x+2)(x+5) = x^2 + 7x + 10$$

展開 →
← 因数分解

☆因数分解のポイント
(1) 各項に共通する因数があるときは、共通する因数でくくろう

$$ax + ay = a(x + y)$$

共通する因数 a でくくろう！

各項にある同じ文字を
共通な因数というよ！

(2) 因数分解の公式を使って効率よく因数分解しよう

$$\begin{aligned} & \textcircled{1} x^2 + (a+b)x + ab \\ & \quad \quad \quad \text{2.和} \quad \text{1.積} \\ & = (x+a)(x+b) \end{aligned}$$

<公式①のコツ>

- 1 定数の項が積となる2数を探す
- 2 その2数から和が x の係数となる2数を見つける
- 3 その2数を公式にあてはめる

$$\textcircled{2} x^2 + 2ax + a^2 = (x+a)^2$$

$$\textcircled{3} x^2 - 2ax + a^2 = (x-a)^2$$

$$\textcircled{4} x^2 - a^2 = (x+a)(x-a)$$

例えば、

$$x^2 + 7x + 10$$

を因数分解するときは、

- 1 積が10になる2数をさがす
→ 1×10 2×5
 $-1 \times (-10)$ $(-2) \times (-5)$
- 2 1の中から、和が7になる2数を見つける
→ $2 + 5 = 7$ (2と7だ！)
- 3 $x^2 + 7x + 10 = (x+2)(x+7)$

(3) x^2 の係数が1ではないときは、いかの手順で因数分解しよう

- ①まず、(1)の共通する因数があればくくろう。
- ②公式の x^2 が何かの2乗になっていないか (たとえば $(3x)^2$) 確かめて、①~④の公式に当てはめよう。

例えば、

$$9x^2 + 12x + 4$$

を因数分解するときは、

- 1 共通な因数があるかな？
→ ない！
- 2 2乗になっているものはないかな？
→ ある！ $9x^2 = (3x)^2$, $4 = 2^2$
→ 公式②だ！
- 3 $9x^2 + 12x + 4 = (3x+2)^2$

練習問題

1 次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2 - 5xy$

(2) $x^2 + 8x + 15$

(3) $x^2 - x - 20$

(4) $x^2 - 12x + 36$

(5) $x^2 - 100$

(6) $5x^2 - 15x - 50$

(7) $25x^2 - 9$

(8) $9x^2 - 24xy + 16y^2$



3年

式の計算

式の活用

確認しよう！

公式に当てはめると
計算しやすくなるね！

☆確認しよう① ～乗法の公式や因数分解の公式を利用して計算しよう～

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad 35^2 - 15^2 &= (35 + 15) \times (35 - 15) \\ &= 50 \times 20 \\ &= 1000 \end{aligned}$$

$$x^2 - a^2 = (x+a)(x-a)$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad 97^2 &= (100 - 3)^2 \\ &= 100^2 - 2 \times 3 \times 100 + 3^2 \\ &= 10000 - 600 + 9 \\ &= 9409 \end{aligned}$$

$$(x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \quad 32 \times 28 &= (30 + 2) \times (30 - 2) \\ &= 30^2 - 2^2 \\ &= 900 - 4 \\ &= 896 \end{aligned}$$

$$(x+a)(x-a) = x^2 - a^2$$

☆確認しよう② ～整数の性質を説明しよう～

連続する2つの偶数で、大きい方の数の2乗から小さい方の数の2乗を引くと4の倍数になることを説明しなさい。

mを整数とすると、連続する2つの偶数は、 $2m$ 、 $2m+2$ と表される。

大きい方の数の2乗から小さい方の数の2乗を引くと

$$\begin{aligned} (2m+2)^2 - (2m)^2 &= 4m^2 + 8m + 4 - 4m^2 \\ &= 8m + 4 \\ &= 4(2m+1) \end{aligned}$$

4の倍数になることを説明するので
 $4 \times (\text{整数})$ の形で表す！

$2m+1$ は整数だから、 $4(2m+1)$ は4の倍数である。

したがって、連続する2つの偶数で、大きい方の数の2乗から小さい方の数の2乗を引くと、4の倍数になる。

練習問題

1. 次の式を工夫して計算しなさい。

(1) 101^2

(2) 47×53

(3) $78^2 - 22^2$

2. 連続する2つの奇数の積に1を加えると計算の結果が、太郎さんは「4の倍数になる」、花子さんは「連続する2つの奇数の間の数の2乗になる。」と考えました。次の説明の空欄をうめて、説明を完成させなさい。

<説明> mを整数とすると、連続する2つの奇数は、小さい方から $2m+1$ 、 $2m+3$ と表される。
2つの奇数の積に1を加えると

太郎さん

花子さん

$$\begin{aligned} &(2m+1)(2m+3) + 1 \\ &= 4m^2 + 8m + 3 + 1 \\ &= 4m^2 + 8m + 4 \\ &= \end{aligned}$$

_____ は整数だから

_____ は4の倍数である。

したがって、連続する2つの奇数の積に1を加えると、4の倍数になる。

$$\begin{aligned} &(2m+1)(2m+3) + 1 \\ &= 4m^2 + 8m + 3 + 1 \\ &= 4m^2 + 8m + 4 \\ &= \end{aligned}$$

_____ は連続する2つの奇数の間の数だから

_____ は連続する2つの奇数の間の数の2乗である。

したがって、連続する2つの奇数の積に1を加えると、連続する2つの奇数の間の数の2乗になる。

平方根 平方根の基本



確認しよう！

☆平方根の意味を確実におさえよう

a の平方根・・・2乗して a になる数

0以外の数の平方根は正の数、
負の数と、必ず2つあるね！

例えば ① 25の平方根・・・2乗して25になる数→5と-5

② 10の平方根・・・2乗して10になる数→ $\sqrt{10}$ と $-\sqrt{10}$

※整数、分数、小数では正確に表せないので、
根号を用いて表す。

③ 0の平方根・・・2乗して0になる数→0

また、④ 25の平方根・・・2乗して25になる数 を根号を用いて表すと

→ $\sqrt{25}$ と $-\sqrt{25}$

①④から、 $5 = \sqrt{25}$, $-5 = -\sqrt{25}$ といえる。



☆平方根の大小を比べる時のポイント

$0 < a < b$ のとき、 $\sqrt{a} < \sqrt{b}$

負の数の大小を比べるときは
正の数と逆になるから注意が
必要だね！

例えば、4 と $\sqrt{15}$ の大小を比べる。

4を根号で表すと、 $\sqrt{16}$

$16 > 15$ であるから、 $\sqrt{16} > \sqrt{15}$

よって、 $4 > \sqrt{15}$

例えば、-3 と $-\sqrt{10}$ を比べると、
 $-3 = -\sqrt{9}$
 $9 < 10$ なので、 $-\sqrt{9} > -\sqrt{10}$
よって、 $-3 > -\sqrt{10}$



練習問題

1 次の数の平方根を求めなさい。

(1) 9

(2) 19

(3) 0.09

2 次の文章で、正しいものに○をつけ、正しくないものは下線部を直しなさい。

ア 100の平方根は10である

イ $\sqrt{36} = \underline{\pm 6}$ である。

ウ $-\sqrt{4} = \underline{-2}$ である。

エ $\sqrt{(-9)^2} = \underline{-9}$ である

3 次の各組の数の大小を不等号を使って表しなさい。

(1) $\sqrt{14}$, $\sqrt{17}$

(2) 4 , $\sqrt{13}$

(3) -2 , $-\sqrt{3}$, $-\sqrt{7}$

平方根 平方根の計算



確 認 し よ う !

☆平方根の計算のポイント

(1) 乗法と除法

① $a\sqrt{b}$ の形に直す

$$\begin{aligned}\sqrt{12} &= \sqrt{2^2 \times 3} \\ &= 2\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sqrt{24} &= \sqrt{2^3 \times 3} \\ &= \sqrt{2^2 \times 2 \times 3} \\ &= 2\sqrt{6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sqrt{72} &= \sqrt{2^3 \times 3^2} \\ &= \sqrt{(2 \times 3)^2 \times 2} \\ &= 6\sqrt{2}\end{aligned}$$

$\sqrt{\quad}$ の中の2乗を探して、
根号の外に出すんだよ!



②乗法のコツ

ア. ①の $a\sqrt{b}$ の形に直す

$$\begin{aligned}\sqrt{20} \times \sqrt{63} &= \sqrt{2^2 \times 5} \times \sqrt{3^2 \times 7} \\ &= 2\sqrt{5} \times 3\sqrt{7} \\ &= 6\sqrt{35}\end{aligned}$$

イ. $\sqrt{\quad}$ の中の因数が2乗になるものを探す

$$\begin{aligned}\sqrt{15} \times \sqrt{6} &= \sqrt{3 \times 5} \times \sqrt{2 \times 3} \\ &= (\sqrt{3})^2 \times \sqrt{5} \times \sqrt{2} \\ &= 3\sqrt{10}\end{aligned}$$

問題によってア、イ
のいずれかの方法で
2乗を探して根号の
外に出して計算しよう!



③分母に根号を含まない形で表す→分母の有理化

分母に根号を含む式は、分母、分子に同じ $\sqrt{\quad}$ の数を
かけて分母に根号を含まない形で表す。

$$\begin{aligned}\frac{1}{2\sqrt{3}} &= \frac{1 \times \sqrt{3}}{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2 \times 3} = \frac{\sqrt{3}}{6}\end{aligned}$$

(2) 加法と減法

文字と同じように、根号の中が同じ数どうしを
まとめることができる。

$$\begin{aligned}\sqrt{5} + 2\sqrt{5} + 6\sqrt{7} &= (1+2)\sqrt{5} + 6\sqrt{7} \\ &= 3\sqrt{5} + 6\sqrt{7}\end{aligned}$$

< 思い出そう!! >

$$\begin{aligned}a + 2a + 6b & \text{ 同類項でないと} \\ &= (1+2)a + 6b \text{ まとめることが} \\ &= 3a + 6b \text{ できなかつたね。}\end{aligned}$$

練 習 問 題

1 次の式を計算しなさい。ただし、分母に根号がない形で答えなさい。

(1) $\sqrt{12} \times \sqrt{50}$

(2) $\sqrt{14} \times \sqrt{21}$

(3) $\frac{1}{3\sqrt{5}}$

(4) $\frac{1}{\sqrt{18}}$

(5) $\sqrt{3} + 5\sqrt{3}$

(6) $\sqrt{6} + \sqrt{2} - 7\sqrt{6}$

(7) $\sqrt{80} - \sqrt{40} + \sqrt{45}$

(8) $\sqrt{27} + \sqrt{20} + \frac{3}{\sqrt{5}}$

2次方程式 2次方程式とその解き方



確 認 し よ う !

☆ 2次方程式の解き方

まずは、因数分解から考えてみよう!

(1) 因数分解による解き方

(2次式) = 0
↑この2次式を因数分解して解を求める

A × B = 0 のとき
A = 0 または B = 0



共通する因数をくくったり、公式を用いて以下のように因数分解する。

① $x^2 - 5x = 0$ $x(x-5) = 0$ ↓ ↓ $x = 0, x - 5 = 0$ $x = 0, x = 5$	② $x^2 + 2x - 3 = 0$ $(x+3)(x-1) = 0$ ↓ ↓ $x + 3 = 0, x - 1 = 0$ $x = -3, x = 1$	③ $x^2 + 10x + 25 = 0$ $(x+5)^2 = 0$ ↓ $x + 5 = 0$ $x = -5$... 解は1つ
---	--	--

解は因数分解した式の符号を変えた数になっているね!



(2) 平方根の考えによる解き方

① $x^2 = \square$ の形から x を2乗したら \square → x は \square の平方根 $\Delta x^2 = \bigcirc$ $x^2 = \square$	② $(x + \Delta)^2 = \square$ の形から解を求める	③ 自分で②の形を作る $x^2 + 6x = 4$ $x^2 + 6x + 9 = 4 + 9$ 半分 ↓ ↑ 2乗を ↑ 両辺にたす $(x+3)^2 = 13$ $x + 3 = \pm \sqrt{13}$ $x = -3 \pm \sqrt{13}$
--	---	--

④ 解の公式を使う
 $ax^2 + bx + c = 0$ の解は,
 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

解の公式は、最後の手段!!



☆ 複雑な2次方程式を解く時のコツ

- | | | |
|--------------------------|---------------------------------|------------------------------|
| ① 因数分解できるか
共通な因数はないか? | ② 平方根の考えで解けるか
2乗の形を作ることができるか | ③ 解の公式を使う
①②でも解けないときの最終手段 |
|--------------------------|---------------------------------|------------------------------|

練 習 問 題

1 次の方程式を解きなさい。

- | | | |
|--------------------------|-------------------------|----------------------|
| (1) $x^2 - 3x = 0$ | (2) $x^2 - 7x + 12 = 0$ | (3) $x^2 + 6x = 16$ |
| (4) $x^2 + 6x + 9 = 0$ | (5) $2x^2 - 30 = 0$ | (6) $(x - 4)^2 = 36$ |
| (7) $2x^2 - 8x - 42 = 0$ | (8) $2x^2 - 3x - 1 = 0$ | |

- 2 連続する2つの自然数がある。それぞれを2乗した数の和が85になる。次の問いに答えなさい。
(1) 連続する2つの自然数を求めなさい。(2) 上の問題の「連続する2つの自然数」を「連続する2つの整数」としたとき、連続する2つの整数を求めなさい。



3年

図形 相似な図形

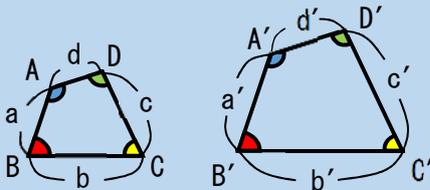
確認しよう！

☆確認しよう①

- 相似な図形…ある図形を**拡大**または**縮小**した図形と合同な図形は、もとの図形と**相似**であるという
- 相似な図形の性質

イメージ的には、形が同じで、大きさが違う図形を相似な図形というよ！

相似の記号「 \sim 」は、Similar（相似）の頭文字Sを横にしたものだよ



(四角形ABCD \sim 四角形EFGH)

「対応する**線分の比**は**すべて等しい**」

$$a : a' = b : b' = c : c' = d : d'$$

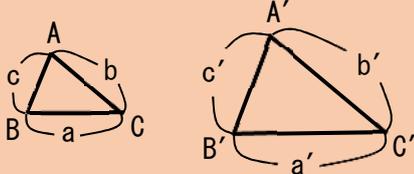
「対応する**角**は**それぞれ等しい**」

$$\angle A = \angle A', \angle B = \angle B', \angle C = \angle C', \angle D = \angle D'$$

- 相似比…相似な図形の**対応する線分の比**

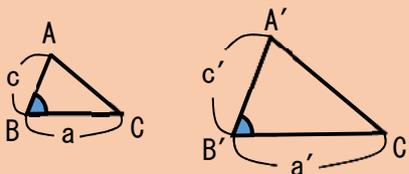
☆確認しよう②

- 三角形の相似条件¹



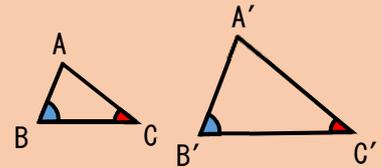
3組の辺の比がすべて等しい。

- 三角形の相似条件²



2組の辺の比が等しく、
その間の角が等しい。

- 三角形の相似条件³



2組の角がそれぞれ等しい。

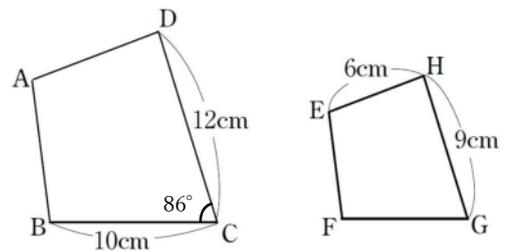
練習問題

1. 右の図で、四角形ABCD \sim 四角形EFGHです。次の(1)～(3)を求めなさい。

(1) $\angle G$ の大きさ

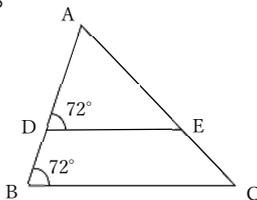
(2) 四角形ABCDと四角形EFGHの相似比

(3) 辺FGの長さ

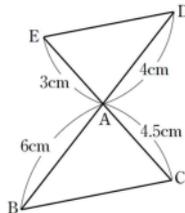


2. 次の図で、相似な三角形を見つけ記号 \sim を使って表しなさい。また、そのときに使った相似条件をいいなさい。

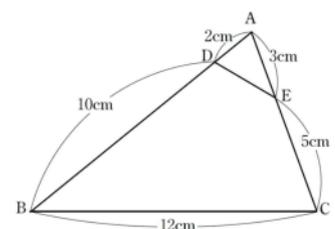
(1)



(2)



(3)



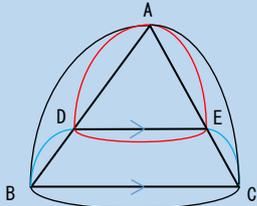


3年

図形 平行線と線分の比

確認しよう！

☆確認しよう①



(△ABCで、辺AB、AC上の点をD、Eとする)

【三角形と比の定理】

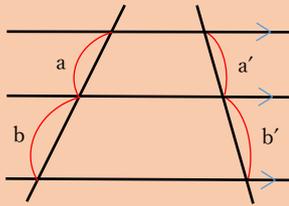
- 1 DE // BC ならば $AD : AB = AE : AC = DE : BC$
- 2 DE // BC ならば $AD : DB = AE : EC$

【三角形と比の定理の逆】

- 1 $AD : AB = AE : AC = DE : BC$ ならば DE // BC
- 2 $AD : DB = AE : EC$ ならば DE // BC

☆確認しよう②

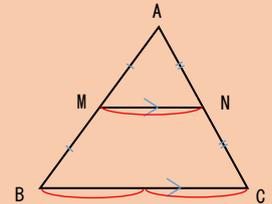
【平行線と比の定理】
3つ以上の平行線に、
1つの直線がどのよう
に交わっても、その直線
は平行線によって一定
の比に分けられる。



$$a : b = a' : b'$$

☆確認しよう③

【中点連結定理】
三角形の2つの辺の
中点を結ぶ線分は、残り
の辺に平行であり、長さ
はその半分である。

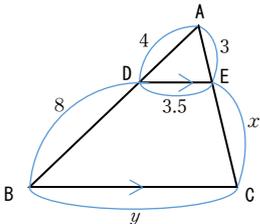


$$MN \parallel BC$$

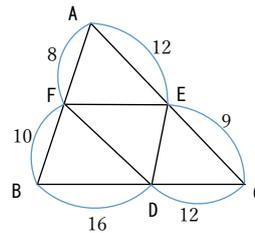
$$MN = \frac{1}{2} BC$$

練習問題

1. 次の図で、DE // BCのとき、
x, yの値を求めなさい。

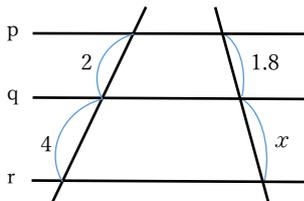


2. 次の図で、平行な線分の組を見つけなさい。
また、その理由をいいなさい。

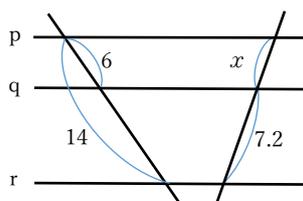


3. 次の図で、直線 p, q, r は平行である。xの値を求めなさい。

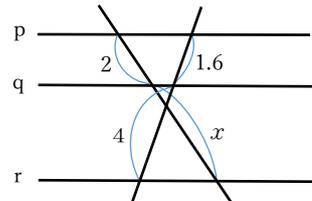
(1)



(2)



(3)



3年

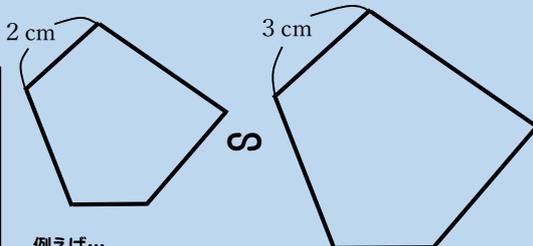
図形 相似な図形の面積と体積の比



確認しよう！

☆確認しよう①

【相似な図形の面積の比】
相似比が $m:n$ のとき
2つの図形の面積の比は、
 $m^2:n^2$ である。



例えば…
相似比が $2:3$ のときは
面積の比は $4:9$ だね

<大きさが2倍の正方形>

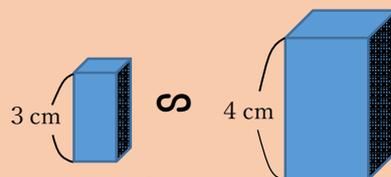


大きさは、2倍だけど
面積は、4倍だよ！
相似比が $1:2$ ならば、
面積比は $1:4$

☆確認しよう②

【相似な立体の表面積の比】
相似比が $m:n$ のとき
2つの立体の表面積の比は、
 $m^2:n^2$ である。

【相似な立体の体積の比】
相似比が $m:n$ のとき
2つの立体の体積の比は、
 $m^3:n^3$ である。



例えば…
相似比が $3:4$ のときは
表面積の比は $9:16$
体積の比は $27:64$ だね

練習問題

- △ABC ∽ △DEF で、AB = 6 cm、DE = 8 cm です。このとき、次の問いに答えなさい。
 - △ABC と △DEF の相似比と、面積の比を求めなさい。
 - △ABC の面積が 45 cm^2 であるとき、△DEF の面積を求めなさい。
- 高さが 4 cm と 10 cm である相似な2つの円柱ア、イがあります。このとき、次の問いに答えなさい。
 - 円柱アとイの表面積の比と体積の比をそれぞれ求めなさい。
 - 円柱アの表面積が $48\pi \text{ cm}^2$ であるとき、円柱イの表面積を求めなさい。
 - 円柱アの体積が $128\pi \text{ cm}^3$ であるとき、円柱イの体積を求めなさい。
- 表面積の比が $9:25$ である相似な2つの四角錐の高さの比を求めなさい。

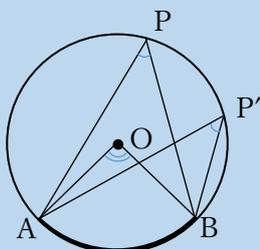


3年

図形 円周角の定理

確認しよう！

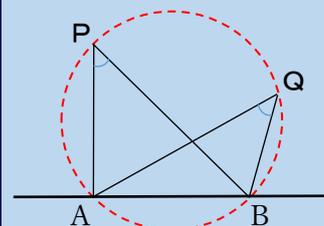
☆確認しよう①



【円周角の定理】

- 1 1つの弧に対する円周角の大きさは、その弧に対する中心角の大きさの半分である。
 $\angle APB = \frac{1}{2} \angle AOB$
- 2 1つの弧に対する円周角の大きさは等しい。
 $\angle APB = \angle AP'B$

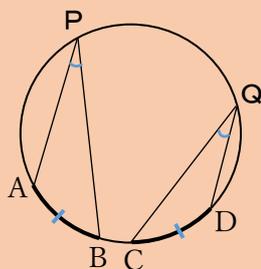
☆確認しよう②



【円周角の定理の逆】

- 2点P, Qが直線ABの同じ側にあつて、
 $\angle APB = \angle AQB$
 ならば、
 4点A, B, P, Qは1つの円周上にある。

☆確認しよう③



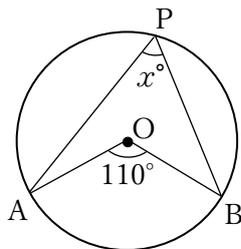
【弧と円周角】

- 1 1つの円で円周角の大きさが等しいならば、それに対する弧の長さは等しい。
- 2 1つの円で弧の長さが等しいならば、それに対する円周角の大きさは等しい。

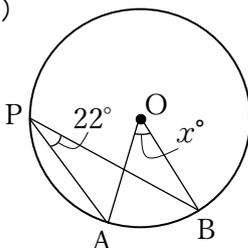
練習問題

1. 下の図で、 x の値を求めなさい。

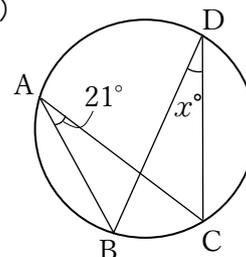
(1)



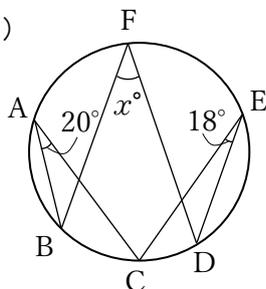
(2)



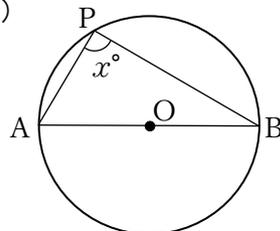
(3)



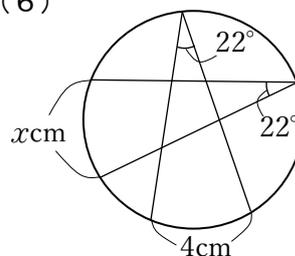
(4)



(5)

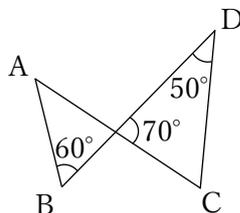


(6)

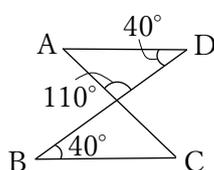


3. 次のア～ウのうち、4点A, B, C, Dが1つの円周上にあるものをすべて選びなさい。

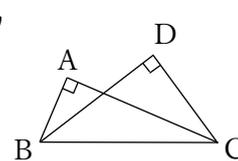
ア



イ



ウ



三平方の定理 三平方の定理, 三平方の定理の逆



確 認 し よ う !

☆三平方の定理のポイント

(1) 直角三角形の斜辺とは？

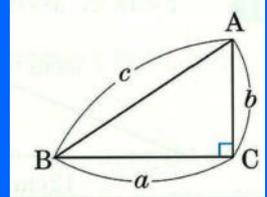
1つの内角が直角(90°)である三角形を直角三角形という。
また、直角の向かいにある辺を斜辺という。

(2) 三平方の定理の使い方は？

- ① まず、斜辺を見つける。
- ② 次に、三平方の定理に当てはめる。
- ③ 最後に、2次方程式を解く。

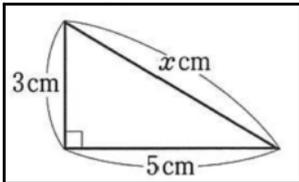
三平方の定理は、直角三角形にかかわる定理です。
「ピタゴラスの定理」ともいうよ！
とても役に立ちますよ！

三平方の定理



$$a^2 + b^2 = c^2$$

<例> x の長さを求めなさい。



☆三平方の定理の逆のポイント

(1) c はどこ？

1番長い辺が、 c になる可能性がある。

(2) $a^2 + b^2 = c^2$ が成り立つか調べる。

- ※ $a^2 + b^2$ の値を求める。
- ※ c^2 を求める。

三平方の定理の逆

三角形の3辺の長さ、 a, b, c の間に

$$a^2 + b^2 = c^2$$

という関係が成り立つとき、その三角形は長さ c の辺を斜辺とする直角三角形である。

<解き方>

- ① 斜辺を見つける。(この場合は x cm の辺)
- ② 三平方の定理に当てはめる。
- ③ 2次方程式を解く。
 $3^2 + 5^2 = x^2$
 $x^2 = 9 + 25$
 $x^2 = 34$
 $x = \pm \sqrt{34}$
 $x > 0$ だから
 $x = \sqrt{34}$

<例えば、>

3辺の長さが、
4cm, 5cm, 6cm
の三角形は、
直角三角形と
いえるか。



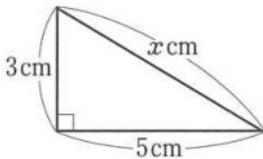
<考え方>

- ① 最も長い6cmの辺が斜辺となる可能性。
- ② $4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$
 $6^2 = 36$
- ③ $41 \neq 36$
したがって、この三角形は
直角三角形とはいえない。

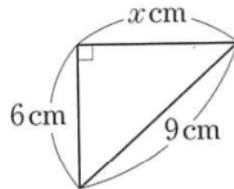
練 習 問 題

□ 次の x の値を求めなさい。

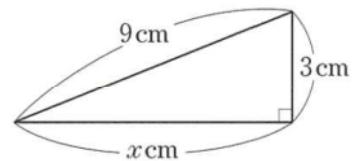
(1)



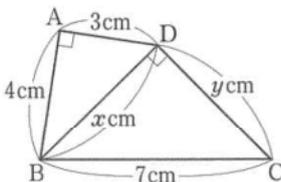
(2)



(3)



□ 次の x, y の値を求めなさい。



□ 次の長さを3辺とする三角形ア～エのうち、
直角三角形となるものを選びなさい。

- ア 2cm, 3cm, $\sqrt{2}$ cm
- イ 1.5cm, 2cm, 2.5cm
- ウ 2cm, $\sqrt{2}$ cm, $\sqrt{3}$ cm
- エ $2\sqrt{3}$ cm, $\sqrt{5}$ cm, $\sqrt{7}$ cm



3年

関数

関数 $y = ax^2$

確認しよう！

☆確認しよう①

(例) $y = ax^2$ について

x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
x^2	...	16	9	4	1	0	1	4	9	16	...
y	...	32	18	8	2	0	2	8	18	32	...

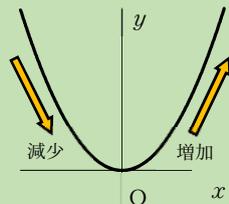
×2 y は x^2 に比例する

$y = ax^2$ は、 y は x の2乗に比例するとみることができる。このとき、 a を比例定数という。

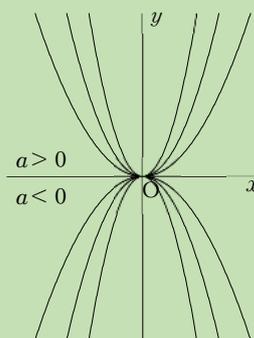
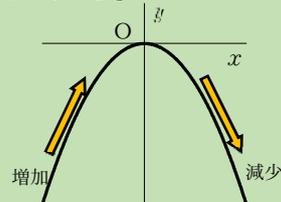
☆確認しよう②

関数 $y = ax^2$ のグラフは、原点を通り、 y 軸について対称な放物線である。

$a > 0$ のとき



$a < 0$ のとき



• $a > 0$ のとき、上に開き、
• $a < 0$ のとき、下に開く。

• a の絶対値が大きくなるほど、グラフの開き方は小さくなる。

• a の絶対値が等しく、符号が異なる2つのグラフは、 x 軸について対称である。

練習問題

1. 次の(1)～(3)について、 y を x の式で表しなさい。また、 y は x の2乗に比例するといえるものを番号で選びなさい。

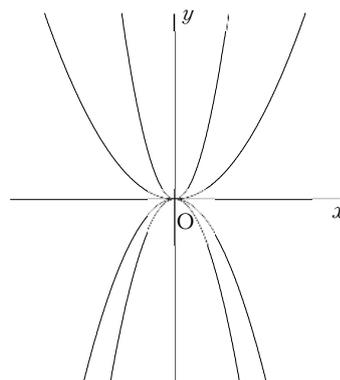
(1) 1辺が x cm の正方形の面積が y cm²

(2) 1辺が x cm の立方体の体積が y cm³

(3) 半径が x cm の円の面積が y cm²

2. 右の(1)～(4)の放物線は、次のア～エのいずれかのグラフです。それぞれどの関数のグラフか記号で選びなさい。

ア $y = 3x^2$ イ $y = -2x^2$ ウ $y = -x^2$ エ $y = \frac{1}{2}x^2$





3年

関数 $y=ax^2$ 表, 式

確認しよう！

☆確認しよう

y が x の関数で、 $y=ax^2$ ($a \neq 0$) で表される
とき、「 y が x の2乗に比例する」という。

関数 $y=ax^2$ の表の特徴

- ・ x が2倍、3倍のとき、 y は 2^2 倍、 3^2 倍
- ・ $\frac{y}{x^2}$ の値は一定で、 a に等しくなる。

(例題) y は x の2乗に比例するとき、
 $x=-2$, $y=12$ である。このとき、
 y を x の式で表しなさい。

から式は $y=ax^2$ と表せる
このとき、 $x=-2$, $y=12$ であるので、
 x , y に代入する。

$$y = ax^2$$

$$12 = a \times (-2)^2 \quad y=ax^2 \text{ の } a \text{ が}$$

$$4a=12$$

$$a=3$$

$a=3$ であるから、

答 $y=3x^2$

(例) $y=3x^2$ の表

x	0	1	2	3	4
y	0	3	8	18	32

4倍 (2²倍) 9倍 (3²倍)

y を x の式で表しなさい。という問題
の答えは「 $y=...$ 」と表すんだね。



練習問題

1. 次の表で、 y は x の関数であるとき、次の問いに答えなさい。

ア

x	0	1	2	3	6
y	-1	1	3	5	11

イ

x	0	1	2	3	6
y	0	-2	-4	-6	-12

ウ

x	0	1	2	3	6
y	0	2	8	18	72

(1) y が x の2乗に比例するといえる表を記号で答えなさい。

(2) (1)の表の関数について、 y を x の式で表しなさい。

2. 次の問いに答えなさい。

(1) y は x の2乗に比例するとき、 $x=3$, $y=-18$ である。このとき y を x の式で表しなさい。

(2) y は x の2乗に比例するとき、 $x=2$, $y=20$ である。 $x=10$ のとき、 y の値を求めなさい。

3 年

データの活用 標本調査



確認しよう！

☆確認しよう①

・集団のもっている性質を知るために、その集団をつくっているもの全部に行う調査を**全数調査**といい、集団の一部分を調べて性質を推定しようとする調査を**標本調査**という。

母集団	…調査の対象となるものの集団
標本	…調査のために母集団から抽出された一部分
標本の大きさ	…標本として抽出したデータの個数
標本平均	…母集団から抽出した標本の平均値

☆確認しよう②

無作為に抽出する…母集団から標本を取り出すとき、母集団の性質がよく現れるように、偏りがなく公平に取り出すこと

【データを無作為に抽出する方法】

(例) ・乱数表を使う ・乱数さいを使う ・コンピュータを使う

練習問題

- 次の調査は、全数調査と標本調査のどちらが適しているか答えなさい。
 - 中学校の生徒の健康診断
 - 石狩川の水質検査
 - 電球の耐久時間調査
 - あるテレビ番組の北海道地区の視聴率調査
- ある市の中学校の3年生は2000人です。その生徒たちの通学時間を調べるためにそこから200人を無作為に抽出し、その通学時間の平均値を推定しようとしています。
 - 母集団を答えなさい。
 - 標本と標本の大きさを答えなさい。
- 袋の中に赤玉と青玉が入っています。よくかき混ぜてから、ひとすくい取り出して赤玉と青玉の個数を調べたところ、赤玉は82個、青玉は9個ありました。初めに袋の中に入っていた赤玉の個数は、青玉の個数のおよそ何倍か推定しなさい。