2年

年　　組　　番　氏名

図形　証明の必要性と意味

確　認　し　よ　う　！

☆「証明」とは何か理解しよう！

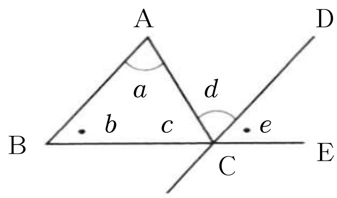
証明･･･あることがらが正しいことを，すでに正しいと認められたことがらを根拠として，筋道を立てて説明すること

たとえば，あることがら「三角形の内角の和は180°である」が正しいことを，すでに正しいと認められたことがら「平行線の同位角は等しい」，「平行線の錯角は等しい」を根拠として，次のように筋道立てて説明することができる。

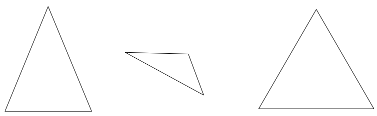
右の図のように，△*ABC*の頂点*C*から，辺*AB*に平行な直線*CD*をひく。
また，辺*BC*を延長した直線上に点*E*をとる。

このとき，$AB /\!/ DC$で，
平行線の錯角は等しいから，
$\angle a = \angle d$ ……　①
平行線の同位角は等しいから，
$\angle b = \angle e$ ……　②
①，②から，三角形の内角の和は，
$\angle a + \angle b + \angle c = \angle d + \angle e + \angle c$
$= 180°$

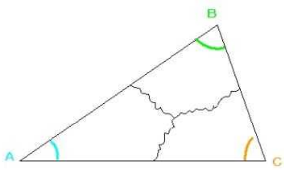
「根拠」
すでに正しいと認められたことがら

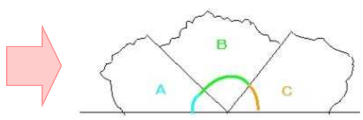


このように証明されたことは，どんな三角形についても内角の和は180°であることを示したことになる。つまり，１つ１つの角の大きさや辺の長さがどんな値でも，三角形ならば内角の和は180°であるといえる。そして，証明されたことは，新たに図形の性質を証明する際に，根拠として用いることができる。



どんな三角形でも，内角の和は180°





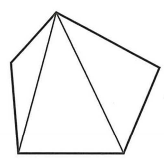
注意　小学校では，三角形の３つの角を分度器ではかったり，紙に書いた三角形をはさみで切り角を頂点のまわりに集めたりして，三角形の内角の和が180°であることを確かめた。このように，実測や実験で確かめた場合，そのときに使った三角形では180°になることはいえるが，他の三角形でも180°になるとはいえないため，**証明したことにはならない。**また，正三角形は，１つの角が60°だから，60°×３＝180°である。しかし，この説明は正三角形という特別な形のみの説明であって，正三角形以外の三角形の内角の和も180°になるかどうかは，わからないため，**これも証明したことにはならない。**

練　習　問　題

「五角形の内角の和は 540°であること」について，次の①，②，③のように説明した。
このなかで，証明といえるものはどれか，選びなさい。

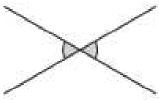
①　分度器で５つの角をはかると，それぞれ 80°，100°，110°，120°，130°だった。
80°＋100°＋110°＋120°＋130°＝540°だから，五角形の内角の和は 540°である。

②　右の図のように，１つの頂点から対角線をひくと，３つの三角形に分けることができる。１つの三角形の内角の和は 180°だから，五角形の内角の和は 180°×３＝540°である。



③　正五角形の１つの内角は 108°である。108°×５＝540°だから，五角形の内角の和は 540°である。

8　ある学級で，「対頂角は等しい」ことの証明について，次の①，②を比べて考えています。



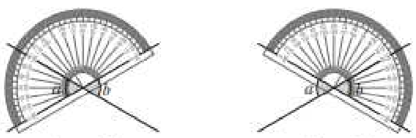
①

下の図のように，対頂角$\angle a$と$\angle b$について，

$\angle a+\angle c=180^\circ$から，$\angle a=180^\circ-\angle c$
$\angle b+\angle c=180^\circ$から，$\angle b=180^\circ-\angle c$
よって，$\angle a=\angle b$
したがって，対頂角は等しい。

②

下の図のように，対頂角$\angle a$と$\angle b$について，
$\angle a$と$\angle b$の大きさをそれぞれ測ると，



$\angle a=60^\circ$　　$\angle b=60^\circ$

また，２つの直線の交わる角度を変えて，同じように測ると，
$\angle a=40^\circ$　のとき　$\angle b=40^\circ$
$\angle a=90^\circ$　のとき　$\angle b=90^\circ$
$\angle a=110^\circ$　のとき　$\angle b=110^\circ$
よって，$\angle a=\angle b$
したがって，対頂角は等しい。

①，②がそれぞれ「対頂角は等しい」ことを証明できているかどうかについて，正しく述べたものを，下の**ア**から**エ**までの中から１つ選びなさい。

ア　①も②も証明できている。

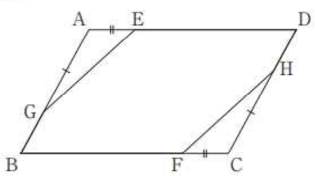
イ　①は証明できているが，②は証明できていない。

ウ　①は証明できていないが，②は証明できている。

エ　①も②も証明できていない。

8　平行四辺形ABCDで，辺AD，BC上に，AE＝CFとなるように点E，Fをそれぞれとります。また，辺AB，CD上に，AG＝CHとなるように点G，Hをそれぞれとります。このとき，EG＝FHとなることを，ある学級では，次の**図１**をかいて証明しました。

図１

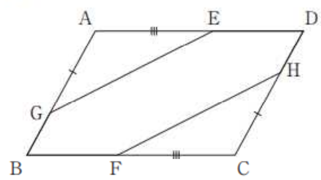


証明

△AEGと△CFHにおいて，
仮定より，　　AE＝CF　　……①
　　　　　　　AG＝CH　　……②
平行四辺形の向かい合う角は等しいから，
　　　　　　∠EAG＝∠FCH　　……③
①，②，③より，２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので，
　　　　　　△AEG≡△CFH
合同な図形の対応する辺は等しいので，
　　　　　　EG＝FH

この証明をしたあと，点E，Fの位置を**図２**のように変えました。このときも**図１**と同じようにEG＝FHとなるかどうかを考えてみたところ，下の**ア**から**エ**までのような意見が出ました。正しいものを１つ選びなさい。

図２



ア　**図２**の場合も，EG＝FHであることは，すでに前ページの**証明**で示されている。

イ　**図２**の場合は，EG＝FHであることを，改めて証明する必要がある。

ウ　**図２**の場合は，EG＝FHであることを，それぞれの辺の長さを測って確認しなければならない。

エ　**図２**の場合は，EG＝FHではない。